1. FELADATSOR

I. rész

1. Adja meg a 0,000 302 normálalakját! **2 pont**

2. Adja meg a 30 páratlan pozitív osztóinak számát! **2 pont**

3. Hány négyjegyű pozitív egész szám van a hármas számrendszerben? **2 pont**

4. Adott az A és a B halmaz az elemeivel:

   $A=\{a; b; c; d\}$,

   $B=\{c; d; e; f\}$.

   Adja meg az $A \setminus B$; $A \cap B$ halmazokat elemeik felsorolásával! **2 pont**

5. Egy 250 grammos kolbász csomagolásán a következőt olvashatjuk: *„100 g késztermék 162 g sertéshús felhasználásával készült”.* Hány gramm ilyen kolbászt tudnak 1 kg sertéshúsból készíteni? Válaszát 10 g-ra kerekítve adja meg! **2 pont**

6. Döntse el az alábbi állítások mindegyikéről, hogy igaz vagy hamis! **2 pont**

   A: Ha az x és y valós számokra igaz, hogy $x^2 < y^2$, akkor $x < y$.

   B: Létezik olyan valós szám, amely megegyezik a reciprokával.

   C: Ha egy közönséges tört alakban írt valós szám legegyszerűbb alakjának nevezője 17, akkor a szám tizedes tört alakja végtelen szakaszos.

7. Mivel egyenlő $x-y$, ha az x és y valós számokról tudjuk, hogy $\frac{x^2-y^2}{x+y}=10$ $(x \neq -y)$? **2 pont**

8. Adja meg az $O(-3; 2)$ középpontú és $P(1; -1)$ ponton átmenő kör egyenletét! Megoldását részletezze! **3 pont**

9. Egy ötfős társaság találkozik. A társaságban Anna eddig kettő, Béla négy, Csaba három, Dóra kettő, Ervin egy embert ismert (az ismeretségek kölcsönösek). Hány új ismeretségnek kell kötődnie ahhoz, hogy mindenki mindenkit ismerjen? **3 pont**

10. Adottak az $\underline{a}(-2; 4)$ és $\underline{b}(3; 5)$ vektorok. Adja meg az alábbi vektorok koordinátáit! **4 pont**

    a) $2\underline{a}+\underline{b}$; b) $\underline{a}-\underline{b}$

11. Hány fokos az a tompaszög, amelynek szinusza $\frac{\sqrt{3}}{2}$? 2 pont

12. Véletlenszerűen felvéve egy 10 cm oldalhosszúságú négyzet egy belső pontját, mekkora annak a valószínűsége, hogy a felvett pont a négyzet beírható körében helyezkedik el? Megoldását részletezze! 4 pont

II./A rész

13. Egy derékszögű trapéz alapjainak hossza 15 cm és 10 cm, derékszögű szára 12 cm hosszúságú.

a) Határozza meg a trapéz területét és kerületét! 5 pont

Forgassuk meg a trapézt a hosszabbik alapja körül!

b) Határozza meg a keletkezett forgástest térfogatát! 5 pont

14. Tekintsük a 0, 1, 2, 3, 4, 5 számjegyeket!

a) Hány pozitív egész hatjegyű szám készíthető ezen számjegyek egyszeri felhasználásával? 3 pont

b) Mennyi a különbsége az ezen számjegyek egyszeri felhasználásával felírható legnagyobb és legkisebb hatjegyű számnak? 3 pont

c) Hány olyan legalább kételemű részhalmaza van az $A=\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ halmaznak, amelyben az elemek szorzata páros? 5 pont

15. Az $\{a_n\}$ számtani sorozat első tagja 7, különbsége (differenciája) 3.

a) Mennyi az n értéke, ha a sorozat első n tagjának összege 4 505? 5 pont

b) A sorozat három tagját egy koordináta-rendszerben ábrázoljuk. Adja meg annak a valós számok halmazán értelmezett függvénynek a hozzárendelési szabályát, amelynek grafikonja átmegy a sorozat tagjait ábrázoló pontokon! 2 pont

c) A sorozat első 1 000 tagjából véletlenszerűen egyet kiválasztva mennyi annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott tag 500-nál kisebb? 6 pont

d) Képezzünk az $\{a_n\}$ sorozat első, majd – innen számítva – minden harmadik tagjából (vagyis az első, negyedik, hetedik stb. tagokból) egy újabb sorozatot! Mennyi az így kapott új sorozat első 30 tagjának összege? 2 pont

II./B rész

16. Tekintsük az alábbi függvényeket!

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto x^2 - 4x + 5$$

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto -x + 5$$

a) Határozza meg az *f* függvény minimumhelyét és minimumának értékét! 4 pont

b) Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenlőtlenséget $f(x) < g(x)$! 4 pont

c) Milyen egész *x* értékek esetén lesz a $\dfrac{2}{g(x)}$ értéke is egész szám? 5 pont

d) Határozza meg a *g* függvény grafikonja és a két tengely által alkotott véges síkrész területét! 4 pont

17. Egy osztály matematika témazáró dolgozatának eredménye a következőképpen alakult:

jegy	elégtelen (1)	elégséges (2)	közepes (3)	jó (4)	jeles (5)
jegyek gyakorisága	3	4	8	4	11

a) Ábrázolja a jegyek eloszlását box-plot (más néven doboz-, vagy sodrófa-) diagramon! 8 pont

b) Véletlenszerűen kiválasztva két dolgozatot, mennyi a valószínűsége annak, hogy mindkét kiválasztott dolgozat eredménye a dolgozatok móduszával egyezik meg? Válaszát századra kerekítve adja meg! 5 pont

c) A dolgozatot három tanuló nem írta meg. Utólagosan velük is megíratva, és eredményüket figyelembe véve, mely intervallumba eshet az osztály e témából írt dolgozatainak átlaga? 4 pont

18. Szigetvár város lakosságának száma 1930-tól 1980-ig átlagosan évente 1%-kal növekedett.

a) Tudva, hogy 1930-ban kb. 6 800 volt Szigetvár lakosainak száma, határozza meg – százasokra kerekítve – Szigetvár lakosainak számát 1980-ban! 3 pont

b) Ha ez a növekedési ütem tovább folytatódott volna, melyik évben érte volna el Szigetvár lakosainak száma a 20 000 főt? 5 pont

c) Szigetvárról 5 óra 45 perckor elindul egy menetrend szerinti busz Kaposvárra, ahonnan 6 órakor egy motoros indul Szigetvárra ugyanazon az úton, amelyen a busz is közlekedik. Feltételezve, hogy a busz a menetrendnek megfelelően 33 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ egyenletes (azaz állandó) sebességgel, míg a motoros 40 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ egyenletes (állandó) sebességgel halad, akkor Kaposvártól hány km-re halad el egymás mellett a motoros és a busz, ha a két város távolsága a feladatban említett úton haladva 41 km? 4 pont

d) A szigetvári vár falának egy adott felső pontját jelölje *T*, a *T* pontnak a várfal talapzatára vett merőleges vetületét pedig *Q*! Pontos mérések szerint a fal előtt elterülő sík terület egy *A* pontjából a *T* pont 17°-os emelkedési szögben látszik. A sík terület egy másik, az *A* ponttól 24 méterre lévő pontját jelölje *B*! Szintén pontos mérések azt igazolják, hogy az *ABQ* háromszög *A* csúcsánál lévő szöge 60°-os, a *Q* csúcsánál lévő szöge pedig 70°-os. Ezen adatok alapján adjon méterre pontos értéket a fal *TQ* magasságára! 5 pont

2. FELADATSOR

I. rész

1. Egy trapéz két alapjának hossza 8, illetve 10 cm. Hány centiméter a trapéz középvonala? **2 pont**

2. Adja meg a következő állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)! **3 pont**
   A: Ha egy adatsokaság minden eleme 1, akkor a szórása is 1.
   B: Ha egy adatsokaság elemeinek a sorrendjét megváltoztatjuk, akkor az adatsokaság módusza nem változik.
   C: Létezik olyan különböző elemekből álló adatsokaság, amelynek a szórása 0.
   D: Egy adatsokaság felső kvartilise mindig nagyobb, mint az alsó kvartilise.

3. Négy jóbarát kirándulni megy egy ötszemélyes autóval (elöl két ülés van, hátul pedig három). Hányféleképpen tudnak beülni elinduláskor, ha tudjuk, hogy négyük közül csak kettőjüknek van jogosítványa (tehát csak ők ülhetnek a sofőr helyére), és csak az számít, hogy ki melyik helyre ül, az viszont nem, hogy milyen sorrendben szállnak be az autóba? **3 pont**

4. Alakítsa szorzattá a $25x^2 - 36y^2$ kifejezést! **2 pont**

5. Tekintsük az $A = \left]-3; 2\right]$ és $B = \left[-1; 5\right[$ intervallumokat! Határozza meg az alábbi intervallumokat! **3 pont**

   a) $A \cap B$

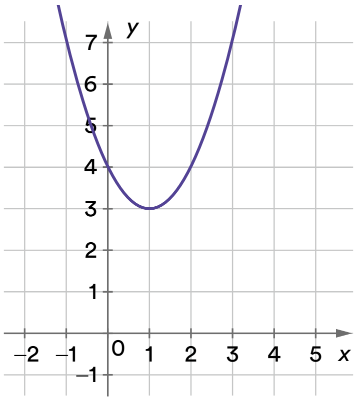
   b) $A \cup B$

   c) $B \setminus A$

6. A 12 csapatból álló magyar labdarúgó bajnokság (Fizz Liga) egy szezonjában minden csapat minden másik csapattal 3 mérkőzést vív. Összesen hány mérkőzést rendeznek egy teljes szezon alatt az Fizz Ligában? **2 pont**

7. Derékszögű-e az a háromszög, amelynek oldalhosszai 42 cm, 56 cm, illetve 70 cm? Válaszát számítással indokolja! **2 pont**

8. Adja meg az alábbi ábrán látható, a valós számok halmazán értelmezett másodfokú f függvény hozzárendelési szabályát! 2 pont



9. Egy termék árát 20%-kal megemelték, majd miután nem fogyott a várakozásoknak megfelelően, bizonyos százalékkal csökkentették. A végső ár az eredeti árnál így 8%-kal lett több. Hány százalékos volt az árleszállítás? 3 pont

10. Egy egyenlő szárú háromszög szárai által bezárt szög 40°-os, az alapja pedig 6 cm hosszúságú. Mekkorák a háromszög szárai? A végeredményt két tizedesjegyre kerekítve adja meg! 3 pont

11. Egy hatfős társaság sakkbajnokságot szervez, ahol mindenki mindenkivel pontosan egyszer játszik. Tudjuk, hogy eddig Anna játszott Fannival és Dórival, Bea játszott Csongorral és Fannival, továbbá Endre játszott Beával és Dórival. Kivel játszhatja Dóri a következő mérkőzését, ha azzal a mérkőzéssel együtt összesen csak két ember lesz, akinek addig páratlan számú mérkőzése van? 3 pont

12. Adja meg a $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 11$ és a $2^2 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 13$ számok legnagyobb közös osztóját! 2 pont

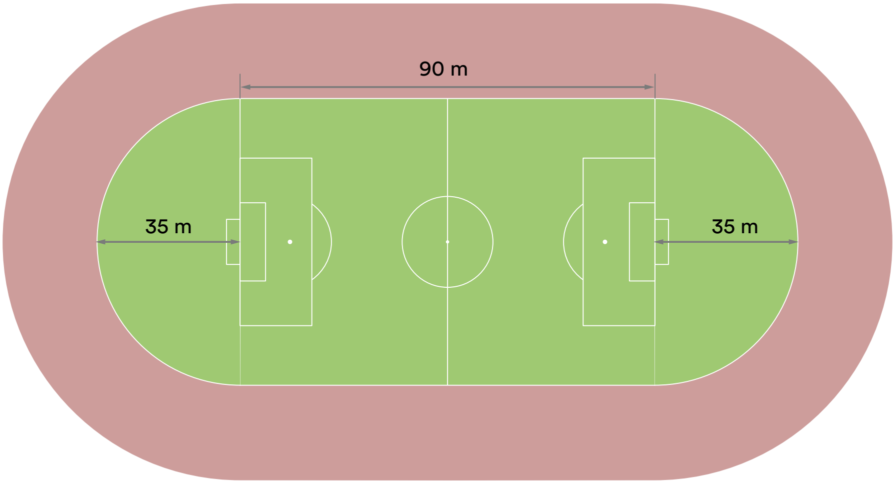
II./A rész

13. Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $\sqrt{x+11} = x-1$ 5 pont

b) $8 \cdot 4^{2+3x} \cdot 2^{x-1} = \sqrt{32^{x-3}}$ 6 pont

14. Egy iskola atlétikapályájának belső, füves részét két egymással párhuzamos, 90 m hosszú egyenes szakasz és két, 35 m sugarú félkör határolja.



a) Mekkora a kerülete az atlétikapályának? Válaszát egész méterre kerekítve adja meg! 2 pont

b) Mennyibe kerül a teljes atlétikapálya befüvesítéséhez szükséges fűmag, ha 1 kg 30 m^2 területre elegendő, egy zsákban 25 kg fűmag található, és egy zsák ára 39 590 forint? 4 pont

c) A pálya közepén üzembe helyeztek egy olyan öntözőberendezést, amely körülötte egy 37 m sugarú körlapot egyenletesen permetez be vízzel. Az elhasznált vízmennyiségnek hány százaléka fordítódik az atlétikapálya locsolására? 7 pont

15. Egy színházi nézőtér első sorában 22 néző fér el, majd a további sorokban mindig kettővel több, mint az azt megelőzőben.

a) Hány férőhelyes a nézőtér 20. sora? 2 pont

b) Egy színházi nyílt napon az érdeklődők érkezési sorrendben töltik fel a nézőteret. Először az első sorban töltik fel az üres helyeket egymás után balról jobbra haladva (nem hagynak ki üres széket), majd a második sorban, és így tovább felfelé egyesével haladnak a sorokon. Hányadik sor hányadik székén foglal helyet a 409.-ként érkező néző? 7 pont

c) A nézőtéren a sorok lépcsőzetesen emelkednek, rendre ugyanannyival. Ha a 15. sor 162 cm-rel van magasabban, mint a 6. sor, akkor hány cm-rel emelkednek a sorok? 3 pont

II./B rész

16. A 26 fős 12. b osztály minden tanulója jár a matematika-, a fizika-, illetve a kémiaszakkör közül legalább az egyikre. Matematikaszakkörre 14-en, fizikaszakkörre 12-en, kémiaszakkörre 11-en, matematika- és fizikaszakkörre 4-en, matematika- és kémiaszakkörre 5-en, míg fizika- és kémiaszakkörre szintén 5-en járnak.

a) Hány tanuló jár mindhárom szakkörre? 3 pont

Az iskola természettudományi versenyén minden osztály egy hatfős csapatot szerepeltet.

b) Mi annak a valószínűsége, hogy a 12. b csapatában pontosan két tanuló jár matematikaszakkörre, ha a csapattagokat véletlenszerűen választjuk ki az osztály tanulói közül? 5 pont

A 12. b osztály minden tanulója történelemdolgozatot írt, ahol a matematikaszakkörre járók átlaga 3,3 lett.

c) Lehetett-e az osztály történelemdolgozatának átlag 4,1? 3 pont

Ugyanennél a dolgozatnál a fizikaszakkörösök dolgozatjegyei az alábbiak lettek: 1, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5.

d) Adja meg a fizikaszakkörösök jegyeinek terjedelmét, móduszát, mediánját, átlagát és szórását! 6 pont

17. Egy kutya életkorát szokás úgy megadni emberi években, hogy a kutya (naptári években mért) életkorát (továbbiakban kutyaéletkor) megszorozzuk 7-tel (ez az ún. 7-es szabály). Így pl. egy 14 éves kutya emberi években mérve $14 \cdot 7 = 98$ éves, amit a kutya emberi életkorának hívjunk. A San Diegó-i Kaliforniai Egyetem tudósai több 0–16 éves labrador retriever fajtájú kutya genetikai vizsgálatával egy új, közelítő formulát találtak a kutyák életkorának emberi életkorra átszámítására:

$$\text{emberi életkor} \approx 36{,}84 \cdot \lg(\text{kutyaéletkor}) + 31.$$

a) Ezt a képletet alapul véve körülbelül hány éves az a kutya, melynek emberi életkora 63 év? A végeredményt két tizedesjegyre kerekítve adja meg! 3 pont

b) Ha egy kezdetben ötéves kutya emberi életkorban 35 évet öregszik a 7-es szabály szerint, akkor ugyanez a kutya eközben mennyi emberévet öregszik az új formula szerint? A végeredményt egész évre kerekítve adja meg! 4 pont

Barbinak három kiskutyája van, akiknek szeretné beadatni a veszettség elleni és a kombinált oltást is. Egy kutya esetén a veszettség elleni oltás ára 8 700 forint, a kombinált oltás ára pedig 9 500 forint. Ugyanakkor, ha a két oltást egyszerre adják be egy kutyának, akkor az kedvezményesen összesen 14 000 forintba kerül. Mivel Barbi nagyon régóta ugyanahhoz az állatorvoshoz hordja a kutyáit, így minden oltás esetén 10% kedvezményt ad neki az állatorvos.

c) Hány százalékkal kerül kevesebbe Barbinak a három kutya beoltatása, ha mindhárom kutyája egyszerre kapja meg az oltásokat ahhoz képest, mint amennyibe akkor kerülne, ha nem járna neki kedvezmény az állatorvostól, és mindhárom kutyája a két oltást külön-külön alkalommal kapná meg? A végeredményt két tizedesjegyre kerekítve adja meg! 6 pont

A kiskutyák egy nagy, közös itatótálat használnak, aminek a belseje jó közelítéssel egy olyan csonkakúp, amely alapkörének átmérője 12 cm, fedőkörének átmérője 16 cm, valamint a magassága 6 cm. Barbi reggel színültig töltötte friss vízzel a tálkát.

d) Elegendő volt-e ez a vízmennyiség a kiskutyák számára, vagy napközben újra kellett tölteni a tálat, ha tudjuk, hogy a kiskutyák mindegyike 4 kg, valamint azt is, hogy naponta 30–70 ml/testtömeg kg vizet fogyaszt mindhárom kiskutya? 4 pont

18. Oldja meg az alábbi feladatokat!

a) Mennyi a valószínűsége annak, hogy az ötös lottón az öt kihúzott szám közül a két legkisebb 20-nál kisebb prímszám, a két legnagyobb 50-nél nagyobb, míg a középső szám egy 20 és 50 közti négyzetszám? A végeredményt négy tizedesjegyre kerekítve adja meg! (Az ötös lottón az 1, 2, …, 90 számok közül visszatétel nélkül húznak ki ötöt.) 6 pont

Legyen adva a koordináta-rendszerben az $A(-2; 7)$ és a $B(6; 1)$ pont. Írja fel az AB átmérőjű kör egyenletét! {3 pont}

b) Írja fel az AB egyenes egyenletét! 5 pont

c) Tekintsük a $C(0; 3)$ pontot! Adja meg az $\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}$ koordinátáit! 3 pont

1. FELADATSOR

I. rész

1. feladat	
0,000 302 normálalakja: $3{,}02 \cdot 10^{-4}$. *A 2 pont nem bontható.*	2 pont
Összesen:	2 pont

2. feladat	
4 *Amennyiben a vizsgázó helyesen felsorolja a 30 páratlan pozitív osztóit (1, 3, 5, 15) de a számukat nem adja meg, akkor összesen 1 pontot kapjon.*	2 pont
Összesen:	2 pont

3. feladat	
Mivel a hármas számrendszerben 4-féle számjegy szerepelhet $(0, 1, 2, 3)$, így *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*	1 pont
(helyiértékenként meghatározva a lehetséges számjegyek számát: $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$) 54.	1 pont
Összesen:	2 pont

4. feladat	
$A \setminus B = \{a; b\}$	1 pont
$A \cap B = \{c; d\}$	1 pont
Összesen:	2 pont

5. feladat	
(Mivel $1\text{ kg} = 1000\text{ g}$, valamint feltételezve, hogy a felhasznált sertéshús és a kolbász mennyisége egyenesen arányos) $100 \cdot \frac{1000}{162} \approx 617{,}28$,	1 pont
tehát kb. 620 g ilyen kolbász készíthető 1 kg sertéshúsból.	1 pont
Összesen:	2 pont

6. feladat	
A: hamis B: igaz C: igaz *3 jó válasz esetén 2, 2 jó válasz esetén 1, 1 vagy 0 jó válasz esetén 0 pont jár.*	2 pont
Összesen:	2 pont

7. feladat	
Mivel $\frac{x^2-y^2}{x+y}=\frac{(x-y)(x+y)}{x+y}=x-y$,	1 pont
így $x-y=10$.	1 pont
Összesen:	2 pont

8. feladat	
(Jelölje r a kör sugarát!) A sugár a PO távolsággal egyenlő: $r=\sqrt{(-3-1)^2+(2-(-1))^2}=5$. *A 2 pont nem bontható.*	2 pont
A kör egyenlete: $(x+3)^2+(y-2)^2=25$.	1 pont
Összesen:	3 pont

9. feladat	
Ha egy ötfős társaságban mindenki mindenkit ismer, akkor az ismeretségek száma: $\left(\frac{5\cdot 4}{2}=\right)10$.	1 pont
Ebben a társaságban a már meglévő ismeretségek száma: $\left(\frac{2+4+3+2+1}{2}=\right)6$,	1 pont
így ahhoz, hogy mindenki mindenkit ismerjen, még $(10-6=)4$ bemutatkozás szükséges.	1 pont
Összesen:	3 pont

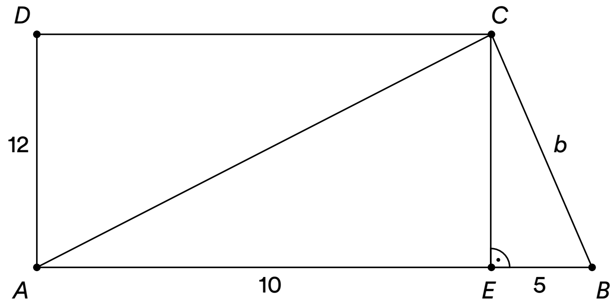
10. feladat	
a) $2\underline{a}+\underline{b}(-1;13)$ *Ha csak az egyik koordináta jó, akkor 1 pont jár.*	2 pont

b) $\underline{a}-\underline{b}(-5;-1)$ *Ha csak az egyik koordináta jó, akkor 1 pont jár.*	2 pont
Összesen:	4 pont

11. feladat	
120° *A 60° felírásáért nem kap pontot. Ha a 120°-hoz periódust is feltüntet, akkor 1 pontot kap.*	2 pont
Összesen:	2 pont

12. feladat	
A négyzet területe $100\left(\text{cm}^2\right)$.	1 pont
Mivel a beírható kör sugara 5 cm, *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*	1 pont
így a beírható kör területe: $25\pi\left(\text{cm}^2\right)$.	1 pont
A keresett valószínűség (a két terület hányadosa): $\frac{25\pi}{100}\left(=0{,}25\pi\approx 0{,}79\right)$.	1 pont
Összesen:	4 pont

II./A rész

13. a) feladat	
 *Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó ábra nélkül is helyesen dolgozik.*	1 pont
(Írjuk fel a Pitagorasz-tételt az EBC háromszögre!) $5^2+12^2=b^2$, *A pont akkor is jár, ha az (5; 12; 13) pitagoraszi számhármasra hivatkozik.*	1 pont
ahonnan $b=13$ (cm) adódik.	1 pont

A trapéz kerülete így: $(10+13+15+12=)$ 50 cm.	1 pont
A trapéz területe: $\left(\frac{10+15}{2}\cdot 12=\right)$ 150 cm^2.	1 pont
Összesen:	5 pont

13. b) feladat

A keletkezett forgástest egy egyenes körhenger és egy vele megegyező alapkörű forgáskúpból áll. *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*	1 pont
A körhenger és a kúp alapkörének sugara: 12 cm. A körhenger magassága: 10 cm. A forgáskúp magassága: 5 cm.	1 pont
A körhenger térfogata: $\left(12^2\cdot\pi\cdot 10=\right)1440\pi\ (\text{cm}^3)\left(\approx 4\,523{,}89\ \text{cm}^3\right)$.	1 pont
A forgáskúp térfogata: $\left(\frac{12^2\cdot\pi\cdot 5}{3}=\right)240\pi\ (\text{cm}^3)\left(\approx 753{,}98\ \text{cm}^3\right)$.	1 pont
A keresett forgástest térfogata: $(1440\pi+240\pi=)1680\pi\ \text{cm}^3\ \left(\approx 5\,277{,}88\ \text{cm}^3\right)$.	1 pont
Összesen:	5 pont

14. a) feladat

Mivel az első helyen nem állhat 0, így oda 5-féle számjegyből választhatunk. *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*	1 pont
A többi öt helyre a maradék öt számjegyet 5!-féle sorrendben írhatjuk, *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*	1 pont
így összesen: $(5\cdot 5!=)600$ hatjegyű pozitív egész szám készíthető a számjegyek egyszeri felhasználásával.	1 pont
Összesen:	3 pont

14. b) feladat

A feltételeknek megfelelő legnagyobb szám: 543 210. *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*	1 pont
A feltételeknek megfelelő legkisebb szám: 102 345. *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*	1 pont
A két szám különbsége: $(543\,210-102\,345=)440\,865$. *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*	1 pont
Összesen:	3 pont

14. c) feladat	
Egész számok szorzata akkor páros, ha legalább az egyik tényező páros, ezért célszerű a komplementer eseteket számolni, s az összes lehetséges legalább kételemű részhalmazok közül azokat nem tekinteni, amelyeknél az elemek szorzata páratlan. *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*	1 pont
Egy hatelemű halmaz legalább kételemű részhalmazainak száma: $\binom{6}{2}+\binom{6}{3}+\binom{6}{4}+\binom{6}{5}+\binom{6}{6}=57.$ $2^6-\binom{6}{0}-\binom{6}{1}=57$	1 pont
(Az elemek szorzata akkor páratlan, ha mindegyik elem páratlan.) Páratlan számokból álló kételemű részhalmazok száma: $\binom{3}{2}=3.$ *(1;3), (1;5), (3;5)*	1 pont
Páratlan számokból álló háromelemű részhalmazok száma: $\binom{3}{3}=1.$ *(1;3;5)*	1 pont
Így a legalább kételemű olyan részhalmazok száma, amelyekben az elemek szorzata páros: $(57-3-1=)53.$	1 pont
Összesen:	5 pont

15. a) feladat	
(A sorozat első n tagjának összegére vonatkozó összefüggés alapján felírható egyenlet:) $\frac{2\cdot 7+(n-1)\cdot 3}{2}\cdot n=4\,505.$	1 pont
Ebből: $3n^2+11n-9\,010=0.$	2 pont
Az egyenlet negatív gyöke $\left(-\frac{170}{3}\right)$ a feladatnak nem megoldása.	1 pont
$n=53.$	1 pont
Összesen: *Ha a vizsgázó a sorozat tagjait egyenként kiszámolva vizsgálja a kívánt összeg elérését, és helyes eredményre jut, akkor is teljes pontszám jár.*	5 pont

15. b) feladat – 1. megoldás	
A sorozat általános tagja: $a_n=7+(n-1)\cdot 3,$ *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*	1 pont

így a keresett függvény hozzárendelési szabálya a következőképpen írható fel: $f(x)=7+(x-1)\cdot 3$, vagy $f(x)=3x+4$. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ x\mapsto 3x+4$	1 pont
Összesen:	2 pont

15. b) feladat – 2. megoldás	
(A függvény hozzárendelési szabályát $f(x)=mx+b$ alakban keressük, ahol m a meredekség, b az y tengellyel vett tengelymetszet.) Mivel a sorozat általános tagja: $a_n=7+(n-1)\cdot 3$, ezért a keresett függvény meredeksége: 3. Mivel $a_0=4$, ezért a keresett függvény y tengellyel vett tengelymetszete 4, vagyis *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*	1 pont
a keresett függvény hozzárendelési szabálya: $f:x\mapsto 3x+4$. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ x\mapsto 3x+4$	1 pont
Összesen:	2 pont

15. b) feladat – 3. megoldás	
Mivel a sorozat különbsége 3, a pontok egy olyan lineáris függvény grafikonján (egyenesen) helyezkednek el, melynek meredeksége 3. Ez az egyenes az y tengelyt a $7-3=4$ pontban metszi. *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*	1 pont
A keresett függvény hozzárendelési szabálya: $f:x\mapsto 3x+4$.	1 pont
Összesen:	2 pont

15. c) feladat	
Mivel a sorozat differenciája pozitív, így szigorúan monoton növekvő. *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*	1 pont
(Határozzuk meg, hogy hány 500-nál kisebb tagja van a sorozatnak!) $500=7+(n-1)\cdot 3$,	1 pont
ahonnan $n=\dfrac{496}{3}\approx 165{,}33$,	1 pont
vagyis a sorozatnak 165 db 500-nál kisebb tagja van.	1 pont
A sorozat első 1000 tagjából egyet 1000-féleképpen választhatunk ki. (Ez az összes esetek száma.) *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*	1 pont
A keresett valószínűség: $\dfrac{165}{1000}=0{,}165$.	1 pont
Összesen:	6 pont

15. d) feladat	
A kapott sorozat egy 9 differenciájú számtani sorozat, melynek első tagja 7, *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*	1 pont
így az első 30 tagjának összege: $\left(\frac{2\cdot 7+29\cdot 9}{2}\cdot 30=\right)4\,125$.	1 pont
Összesen:	2 pont

II./B rész

16. a) feladat – 1. megoldás	
Mivel $f(x)=x^2-4x+5=(x-2)^2+1$,	2 pont
így f minimumhelye: $x=2$,	1 pont
minimumértéke: 1.	1 pont
Összesen:	4 pont

16. a) feladat – 2. megoldás	
(Metsszük el az f függvény grafikonját egy, az x tengellyel párhuzamos tetszőleges egyenessel, például $y=5$-tel, s vegyük a metszéspontok számtani közepét!) $x^2-4x+5=5$,	1 pont
ahonnan $x_1=0$ és $x_2=4$.	1 pont
Így f minimumhelye: $x=\left(\frac{4+0}{2}=\right)2$,	1 pont
minimumértéke: $f(2)=1$.	1 pont
Összesen:	4 pont

16. b) feladat	
(A feladat szövege alapján felírható egyenlőtlenség:) $x^2-4x+5<-x+5$, vagyis $x^2-3x<0$.	1 pont
(Szorzattá alakítással meghatározzuk a bal oldali másodfokú függvény zérushelyeit.) $x(x-3)=0$, ahonnan $x_1=0$ és $x_2=3$.	2 pont

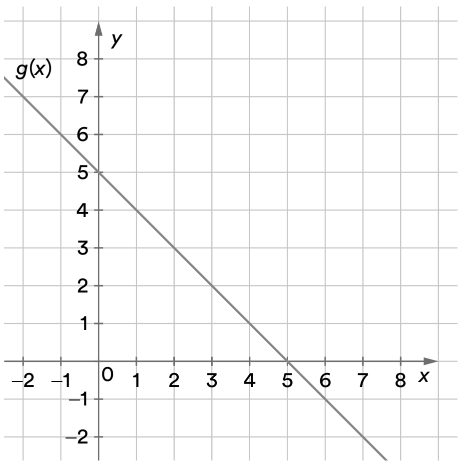
(Mivel a bal oldali függvény grafikonja egy felülről nyitott (vagy normál állású parabola), ezért az egyenlőtlenség megoldása:) $0 < x < 3$. $x \in \left]0; 3\right[$	1 pont
Összesen:	4 pont

16. c) feladat

A $\frac{2}{g(x)} = \frac{2}{-x+5}$ kifejezés pontosan akkor vesz föl egész értéket, ha $-x+5$ kifejezés osztója a 2-nek, vagyis *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*	1 pont
ha $-x+5=2$, ahonnan $x=3$;	1 pont
ha $-x+5=-2$, ahonnan $x=7$;	1 pont
ha $-x+5=1$, ahonnan $x=4$;	1 pont
ha $-x+5=-1$, ahonnan $x=6$.	1 pont
Összesen:	5 pont

16. d) feladat

A g függvény grafikonja és a két tengely által alkotott véges síkrész egy derékszögű háromszög,

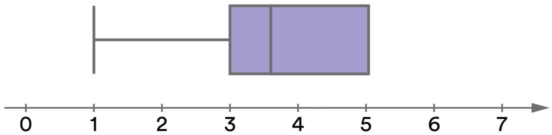


1 pont

Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.

amely egyik befogójának hossza $\left(\text{mivel } g(0)=5\right)$: 5 egység,	1 pont
másik befogójának hossza $\left(\text{mivel } g(5)=0\right)$ szintén 5 egység.	1 pont
A keresett terület így: $\left(\frac{5 \cdot 5}{2} =\right)$ 12,5 területegység.	1 pont
Összesen:	4 pont

17. a) feladat

Mivel összesen 30 dolgozat született, így a jegyek mediánja a 15. és 16. jegy átlaga, azaz *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*	1 pont
$\left(\frac{3+4}{2}=\right)3{,}5;$	1 pont
alsó kvartilise (ami a 8. jegy): 3;	1 pont
felső kvartilise (ami pedig a 23. jegy): 5.	1 pont
A box-plot diagram:  *1 pont jár a határok helyes jelölésére. 1 pont jár a medián helyes feltüntetésére. 1-1 pont jár a kvartilisek helyes feltüntetésére.*	4 pont
Összesen:	8 pont

17. b) feladat

A dolgozat jegyeinek módusza (a leggyakrabban előforduló érték): 5.	1 pont
Két dolgozatot véletlenszerűen $\binom{30}{2}(=435)$-féleképpen tudunk kiválaszta-ni. (Ez az összes esetek száma.)	1 pont
Két jeles dolgozatot $\binom{11}{2}(=55)$-féleképpen tudunk kiválasztani.	1 pont
A keresett valószínűség: $\frac{\binom{11}{2}}{\binom{30}{2}}=\left(\frac{55}{435}\right)=\frac{11}{87}$	1 pont
$\approx 0{,}13.$ *Ha a vizsgázó nem kerekít, vagy rosszul kerekít, akkor ezt a pontot ne kapja meg.*	1 pont
Összesen:	5 pont

17. c) feladat

A dolgozatok új átlaga akkor lesz a legnagyobb, ha a három hiányzó diák mindegyike 5-öst ír, és akkor lesz a legkisebb, ha mindhárman 1-est írnak. *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*	1 pont

Ha mindhárom hiányzó jeles dolgozatot ír, akkor az osztály átlaga: $\left(\frac{3+8+24+16+70}{33}=\right)\frac{121}{33}=\frac{11}{3}(\approx 3{,}67)$.	1 pont
Ha mindhárom hiányzó elégtelen dolgozatot ír, akkor az osztály átlaga: $\left(\frac{6+8+24+16+55}{33}=\right)\frac{109}{33}\approx 3{,}30$.	1 pont
Így az osztály átlaga a $\left[\frac{109}{33};\frac{121}{33}\right]$ intervallumba fog esni.	1 pont
Összesen:	4 pont

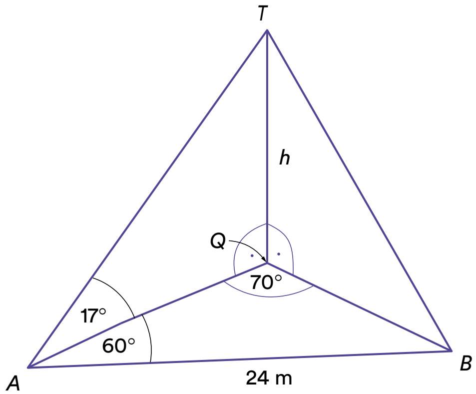
18. a) feladat	
A lakosság száma évenként egy 1,01 hányadosú (kvóciensű) mértani sorozat szerint változik, melynek 1. tagja az 1930-ban, 51. tagja az 1980-ban mért adat. *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*	1 pont
$a_{51}=6\,800\cdot 1{,}01^{50}\approx 11\,183$,	1 pont
azaz Szigetvár lakosainak száma 1980-ban kb. 11 200 fő volt.	1 pont
Összesen:	3 pont

18. b) feladat	
A lakosok száma minden évben az előző évi 1,01-szorosára változik, *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*	1 pont
így megoldandó a $6\,800\cdot 1{,}01^{n}=20\,000$ egyenlet (ahol n az 1930 óta eltelt évek számát jelöli). *Ha a vizsgázó egyenlet helyett egyenlőtlenséggel helyesen számol, akkor is teljes pontszám jár.*	1 pont
(Mivel a 10-es alapú logaritmusfüggvény szigorúan monoton, ezért az egyenlet ekvivalens az alábbi egyenlettel:) Ebből: $n=\frac{\lg\frac{20\,000}{6\,800}}{\lg 1{,}01}\approx 108{,}42$, azaz az 1930-at követő 109. évben, vagyis	2 pont
$(1930+109=)\,2\,039$-re érné el Szigetvár lakosainak száma a 20 000 főt.	1 pont
Összesen: *Amennyiben a vizsgázó az 1980-as bázisévvel helyesen számol, akkor is maximális pontszámot kapjon. Ha a vizsgázó a lakosság létszámának változását évről évre fölírja, és helyes eredményt kap, akkor is a teljes pontszám jár.*	5 pont

18. c) feladat	
Jelölje t a motoros menetidejét (órában) a találkozásig! Ekkor a busz menetideje órában mérve a találkozásig: $t+0{,}25$. *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*	1 pont

(Mivel a motoros sebessége $40\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a busz sebessége $33\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, és ketten együtt összesen a találkozásig 41 km-t tesznek meg, így tudva, hogy a megtett út a sebesség és az idő szorzata, ezért) $40t + 33(t + 0{,}25) = 41$,	1 pont
ahonnan $t = \frac{131}{292} (= 0{,}45)$.	1 pont
Vagyis a motoros által a találkozásig megtett út: $\left(\frac{131}{292} \cdot 40 = 0{,}45 \cdot 40\right) \frac{1310}{73} \approx 17{,}95$ (km), vagyis Kaposvártól kb. 18 km-re halad el egymás mellett a busz és a motoros.	1 pont
Összesen:	4 pont

18. d) feladat

 *Helyes ábra.*	1 pont
$\text{tg}17° = \frac{h}{AQ}$, vagyis $AQ = \frac{h}{\text{tg}17°}$.	1 pont
Az *ABQ* háromszög *B*-nél lévő szöge $(180° - 60° - 70° =) 50°$. *Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*	1 pont
Az *ABQ* háromszögben felírva a szinusztételt azt kapjuk, hogy $\frac{\frac{h}{\text{tg}17°}}{24} = \frac{\sin 50°}{\sin 70°}$,	1 pont
ahonnan $h \left(= \frac{\sin 50°}{\sin 70°} \cdot 24 \cdot \text{tg}17°\right) \approx 6$ m adódik, azaz ilyen magas ezen a helyen a vár fala. *Ez a pont nem jár, ha a vizsgázó nem kerekít, vagy rosszul kerekít.*	1 pont
Összesen:	5 pont