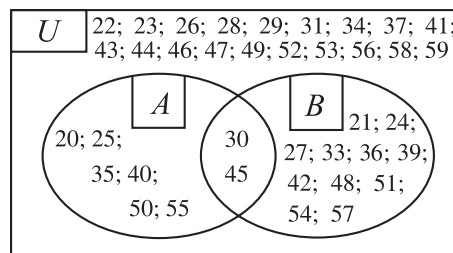
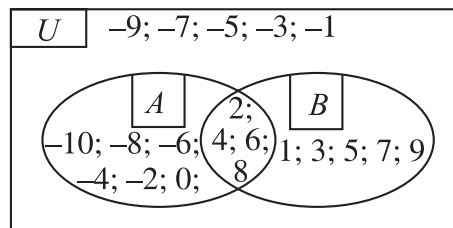


Halmazelmélet

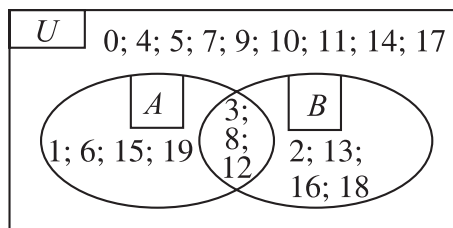
1. a) 30, 45;
 b) 20, 25, 35, 40, 50, 55;
 c) 20, 21, 24, 25, 27, 30, 33, 35, 39, 40, 42, 45, 48, 50, 51, 54, 55, 57;
 d) 22, 23, 26, 28, 29, 31, 34, 37, 38, 41, 43, 44, 46, 47, 49, 52, 53, 56, 58, 59.



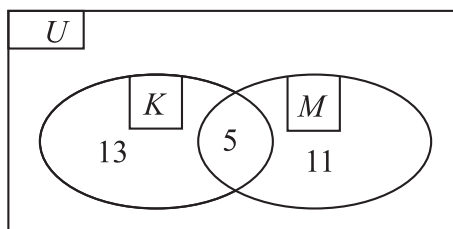
2. a) {2; 4; 6; 8};
 b) {-10; -8; -6; -4; -2; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9};
 c) {1; 3; 5; 7; 9};
 d) {-9; -7; -5; -3; -1}.



3. $A \cap B = \{3; 8; 12\}$,
 $A \cup B = \{1; 2; 3; 6; 8; 12; 13; 15; 16; 18; 19\}$,
 $A \setminus B = \{1; 6; 15; 19\}$,
 $B \setminus A = \{2; 13; 16; 18\}$.



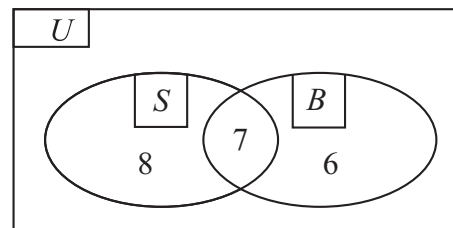
4. Mind a két szakkörbe 5-en járnak.



5. Legalább egy táborban 21 tanuló volt.

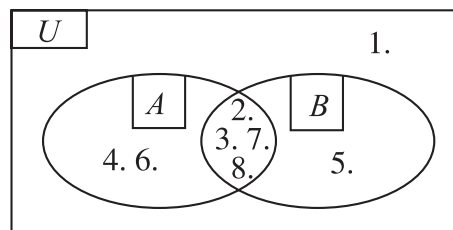
Csak egy táborban 14 tanuló volt.

Mindkét táborban 7-en voltak.



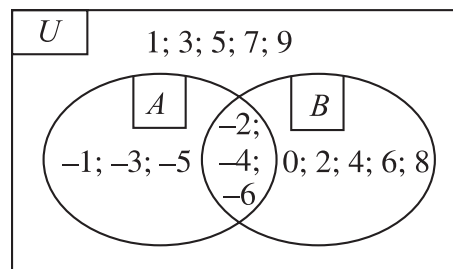
6. $A \cap B = \{2; 3; 7; 8\}$,
 $A \cup B = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$,
 $A \setminus B = \{4; 6\}$,
 $B \setminus A = \{5\}$.

A tengelyesen és középpontosan szimmetrikus négyszögek sorszámai: 2., 3., 7., 8.



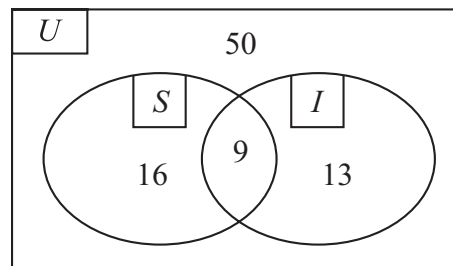
HALMAZELMÉLET

7. $A = \{-1; -2; -3; -4; -5; -6\}$,
 $A \setminus B = \{-1; -3; -5\}$,
 $(\overline{A \cup B}) = \{1; 3; 5; 7; 9\}$,
 $B = \{-6; -4; -2; 0; 2; 4; 6; 8\}$,
 $\overline{B} = \{-5; -3; -1; 1; 3; 5; 7; 9\}$.

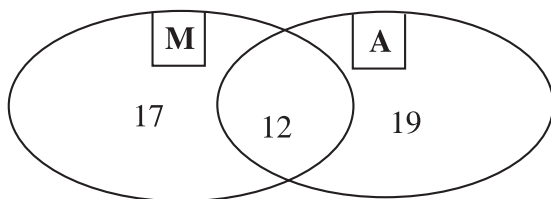


8. Legalább egy szakkörre 38-an járnak.

Az informatika szakkörre 22-en, a sportjátékok szakkörre 25-en jelentkeztek.



9. a) Mindkét nyelvet 12-en beszélik.
 b) Csak magyarul 17-en beszélnek.



Logika

1. I, H, H, I, H, I, H, I, I

2. – Odakint nem süt a nap, vagy nem esik az eső.
– Az ördög nem veri a feleségét, és nem alszik.
– Kásás nem dob mellé, vagy a labda nem repül a levegőben.
– Pista nem alszik, és dolgozik.
– Ha nem esik az eső, akkor nem vizes a fű.

3. I, I, H, H

4. Dénes.

5. Dani.

6.

Helyezettek	1.	2.	3.	4.	5.
Pontok	3	2,5	2	1,5	1

7. 3-féleképpen:

- 5 döntetlen (1 + 1 + 1 + 1 + 1),
- 3 döntetlen, 1 győzelem, 1 vereség (1 + 1 + 1 + 2 + 0),
- 2 győzelem, 2 vereség, 1 döntetlen (2 + 2 + 0 + 0 + 1)

8. Ne menjen ki a rendőr.

9. Aladár igazmondó, Barnabás hazug.

10. Kérdés: Mit mondana a másik, merre induljak Kukutyinba? (A másik irányba indulnék el.)

11. Két kobold van, Ármin és Zénó.

12. Vadmacska, házi galamb.

13. H – Egy ötszögnek 5 átlója van.

H – Minden húrnégyszög köré írható kör.

H – A nulla reciproka nem értelmezhető.

H – Minden prímszámnak csak 2 osztója van.

14. H, I, H, H, H, I

15. 1 igaz állítás van. „A bekeretezett szövegben 8 állítás hamis.”

- 18.** Az a) esetben **495**, a b) esetben **210**-féle választási lehetőség van.
- 19.** A buszjegyen **84**-féle különböző lyukasztás lehetséges.
- 20.** a) 150 módon; b) 100 módon; c) 15 módon; d) 265 módon lehetséges.
- 21.** Tíz csoki vásárlása 1001-féleképpen lehetséges.
- 22.** A kezdő játékosnak lehet nyerő stratégiája. Először átlósan kell lépnie, majd utánaoznia kell a második játékos lépéseit.
- 23.** A 103-at kell két szám összegére bontani. Legyen a két szám legnagyobb közös osztója x ! Az x -nek osztani kell a két szám összegét is, de a 103 prím, ezért x csak az 1 lehet. Ezért mindig Péter nyer.

21. a) 4096; b) 14348907; c) $\frac{30517578125}{470184984576}$;

d) $-\frac{512}{19683}$; e) $-\frac{244140625}{13841287201}$; f) $\frac{2187}{128}$.

22. a) 8, 6, 2, 4;

b) 9, 7, 1, 7;

c) 4, 6, 5, 6;

d) 8, 6, 4, 2.

Osztó, többszörös, oszthatóság

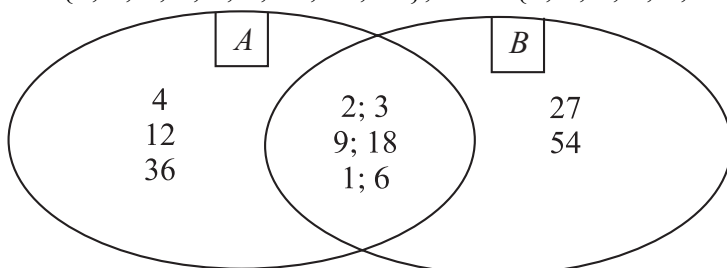
23.

<i>a</i>	36	18	12	9	6
<i>b</i>	1	2	3	4	6
<i>K</i>	74	40	30	26	24

Annak a téglalapnak a legkisebb a kerülete, amelynek oldalai egyenlőek.

24. $324 = 2^2 \cdot 3^4$. A 324-nek 15 osztója van: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 24, 27, 36, 81, 108, 162, 324.

25. $A = \{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36\}$, $B = \{1; 2; 3; 6; 9; 18; 27; 54\}$.



Közös osztók: 1, 2, 3, 6, 9, 18; $(36;54) = 18$.

26. A két szám: 210 és 315.

27. $432 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$.

28. $234 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13$, $630 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, $\frac{234}{630} = \frac{13}{35}$.

29. $(126; 2646) = 126$, $[126; 2646] = 2646$.

SZÁMOK ÉS MŰVELETEK

30.

	2-vel	3-mal	4-gyel	5-tel	6-tal	10-zel	25-tel
63972	I	I	I	N	I	N	N
54450	I	I	N	I	I	I	I
32541	N	I	N	N	N	N	N
20300	I	N	I	I	N	I	I

31.

	2-vel	3-mal	6-tal	4-gyel	12-vel	15-tel	24-gyel
<input type="text"/> 93 <input type="text"/> 72	igen	lehet	lehet	igen	lehet	nem	lehet
634 <input type="text"/> <input type="text"/>	lehet	lehet	lehet	lehet	lehet	lehet	lehet
4 <input type="text"/> <input type="text"/> 31	nem	lehet	nem	nem	nem	nem	nem
3 <input type="text"/> 2 <input type="text"/> 0	igen	lehet	lehet	lehet	lehet	lehet	lehet

32.

<input type="text"/> 3 <input type="text"/> 4 <input type="text"/> 6 <input type="text"/> 8	<input type="text"/> 3 <input type="text"/> 4 <input type="text"/> 8 <input type="text"/> 6	<input type="text"/> 3 <input type="text"/> 6 <input type="text"/> 8 <input type="text"/> 4	<input type="text"/> 3 <input type="text"/> 6 <input type="text"/> 4 <input type="text"/> 8	<input type="text"/> 3 <input type="text"/> 8 <input type="text"/> 6 <input type="text"/> 4	<input type="text"/> 3 <input type="text"/> 8 <input type="text"/> 4 <input type="text"/> 6
<input type="text"/> 4 <input type="text"/> 3 <input type="text"/> 6 <input type="text"/> 8	<input type="text"/> 4 <input type="text"/> 3 <input type="text"/> 8 <input type="text"/> 6	<input type="text"/> 4 <input type="text"/> 6 <input type="text"/> 3 <input type="text"/> 8	<input type="text"/> 4 <input type="text"/> 6 <input type="text"/> 8 <input type="text"/> 3	<input type="text"/> 4 <input type="text"/> 8 <input type="text"/> 3 <input type="text"/> 6	<input type="text"/> 4 <input type="text"/> 8 <input type="text"/> 6 <input type="text"/> 3
<input type="text"/> 6 <input type="text"/> 3 <input type="text"/> 4 <input type="text"/> 8	<input type="text"/> 6 <input type="text"/> 3 <input type="text"/> 8 <input type="text"/> 4	<input type="text"/> 6 <input type="text"/> 4 <input type="text"/> 3 <input type="text"/> 8	<input type="text"/> 6 <input type="text"/> 4 <input type="text"/> 8 <input type="text"/> 3	<input type="text"/> 6 <input type="text"/> 8 <input type="text"/> 3 <input type="text"/> 4	<input type="text"/> 6 <input type="text"/> 8 <input type="text"/> 4 <input type="text"/> 3
<input type="text"/> 8 <input type="text"/> 3 <input type="text"/> 4 <input type="text"/> 6	<input type="text"/> 8 <input type="text"/> 3 <input type="text"/> 6 <input type="text"/> 4	<input type="text"/> 8 <input type="text"/> 4 <input type="text"/> 3 <input type="text"/> 6	<input type="text"/> 8 <input type="text"/> 4 <input type="text"/> 6 <input type="text"/> 3	<input type="text"/> 8 <input type="text"/> 6 <input type="text"/> 3 <input type="text"/> 4	<input type="text"/> 8 <input type="text"/> 6 <input type="text"/> 4 <input type="text"/> 3

a) 24; b) 18; c) 10; d) 10.

33. $A: 2, 5, 8; B: 0, 3, 6. A + B = 2, A + B = 8, A + B = 14.$

34. Az ismeretlen osztó: 36.

$$(160 + 110) : 36 = 270 : 36 = 7$$

18

35. a) Az összeg osztható, mert páros, és számjegyeinek összege osztható kilencel.

b) Az összeg osztható, mert páros, és számjegyeinek összege osztható hárommal.

c) Az összeg osztható, mert osztható négyvel, és a számjegyeinek összege osztható kilencel.

36. a) $512 \cdot 4096 = 2^9 \cdot 2^{12} = 2^{21} = 2\,097\,152;$ b) $262\,144 : 2\,048 = 2^{18} : 2^{11} = 2^7 = 128;$

c) $243 \cdot 6561 = 3^5 \cdot 3^8 = 3^{13} = 1\,594\,323;$ d) $531\,441 : 59\,049 = 3^{12} : 3^{10} = 3^2 = 9;$

e) $729 \cdot 19\,683 = 3^6 \cdot 3^9 = 3^{15} = 14\,348\,907;$ f) $279\,936 : 7\,776 = 6^7 : 6^5 = 6^2 = 36;$

g) $16\,384 \cdot 65\,536 = 2^{14} \cdot 2^{16} = 2^{30} = 4^{15} = 1\,073\,741\,824;$

h) $1\,048\,576 : 8\,192 = 2^{20} : 2^{13} = 2^7 = 128.$

37. $256^{12} < 128^{14}, \quad 2^{5000} > 5^{2000}, \quad 2^{2007} + 2^{2008} < 2^{2009}.$

SZÁMOK ÉS MŰVELETEK

Számok normálalakja

38. a) 5; b) -1; c) 8; d) -7; e) 1; f) -9.

39. a) $2,73 \cdot 10^7$; b) $4,8 \cdot 10^3$; c) $2,708 \cdot 10^4$; d) $4,03 \cdot 10^2$; e) $7 \cdot 10^{11}$; f) $2,3 \cdot 10$;
g) $4,5 \cdot 10^{-4}$; h) $3,5 \cdot 10^{-8}$; i) $2,1 \cdot 10^{-1}$; j) $3,79 \cdot 10^{-4}$; k) $1,33 \cdot 10^{-12}$; l) $2 \cdot 10^{-1}$.

40. a) 213 000; b) 0,000 53; c) 5 410; d) 0,000 000 000 08; e) 3 000 000; f) 0,000 004 23;
g) 84 300 000 000; h) 0,000 000 005 05.

Mértékegységek

41. $5,5 \cdot 10^5$ $5,5 \cdot 10^3$ $5,5 \cdot 10^2$
 $6,52 \cdot 10^7$ $6,52 \cdot 10^6$ m
 $3,7 \cdot 10^4$ dm $3,7 \cdot 10^6$ $3,7 \cdot 10^7$
 $8,05 \cdot 10^6$ $8,05 \cdot 10^7$ mm $8,05 \cdot 10^5$
 $9 \cdot 10^2$ cm $9 \cdot 10^4$
 $7,4 \cdot 10^7$ m $7,4 \cdot 10^5$ 74

42. $3,9 \cdot 10^3$ ár $6 \cdot 10^{-2}$
 ár dm^2
 $1,75 \cdot 10^5$ ár 0,175
 750 ha km^2 $7,5 \cdot 10^6$
 ha $3,65 \cdot 10^4$ 3,65 km^2
 8,7 m^2 $8,7 \cdot 10^8$ km^2

43. cm^3 $3,8 \cdot 10^{-3}$ $3,8 \cdot 10^{-3}$
 dm^3 cm^3 m^3
 $7,4 \cdot 10^3$ $7,4 \cdot 10^6$ $7,4 \cdot 10^9$
 $4,4 \cdot 10^3$ 4,4 $4,4 \cdot 10^{-2}$
 632 6,32
 920 hl

44. 39 047 89
 56 004 95
 7 035 420

45. 0,853 g dkg dg
 5,083 75,1
 4,031 70,827

SZÁMOK ÉS MŰVELETEK

46. 720	h	43 200
86	3,58	
6,66	400	0,277
min	3	
18	1 080	64 800
112	6 720	403 200

47. 245	2 500
132 234	4 820 005
11 423	609
109	5 150

Számok négyzete, négyzetgyöke

48. $K = 256 \text{ dm}$, $T = 4\,096 \text{ dm}^2$.

49. $a = 16 \text{ dm}$, $T = 256 \text{ dm}^2$.

50. $a = 8 \text{ dm}$, $k = 32 \text{ dm}$.

51. $1 < \sqrt{2} < 2$, $2 < \sqrt{6} < 3$, $2 < \sqrt{8} < 3$, $3 < \sqrt{15} < 4$, $4 < \sqrt{24} < 5$,
 $7 < \sqrt{50} < 8$, $7 < \sqrt{64} = 8 < 9$, $9 < \sqrt{84} < 10$, $14 < \sqrt{200} < 15$.

52. $\sqrt{49} = 7$, $\sqrt{5^2} = 5$, $\sqrt{2^4} = 4$, $\sqrt{(-5)^2} = 5$,
 $(\sqrt{4})^2 = 4$, $\sqrt{-5^2} = -$, $\sqrt{2^6} = 8$, $(\sqrt{2^6})^2 = 64$,
 $\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{100} = 10$, $\sqrt{10\,000} = 100$, $\sqrt{1\,000\,000} = 1000$,
 $\sqrt{10^2} = 10$, $\sqrt{10^4} = 100$, $\sqrt{10^6} = 1000$, $\sqrt{10^8} = 10\,000$.

53. $\sqrt{144} = 2^2 \cdot 3 = 12$, $\sqrt{196} = 2 \cdot 7 = 14$, $\sqrt{1\,024} = 2^5 = 32$,

$\sqrt{1\,296} = 2^2 \cdot 3^2 = 36$, $\sqrt{2\,025} = 3^2 \cdot 5 = 45$, $\sqrt{3\,600} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$,

$\sqrt{3\,136} = -2^3 \cdot 7 = 56$, $\sqrt{40\,000} = 2^3 \cdot 5^2 = 200$, $\sqrt{176\,400} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420$.

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l}
 54. \quad \sqrt{9} \cdot \sqrt{4} = 3 \cdot 2 = 6 \\
 \sqrt{9 \cdot 4} = 6
 \end{array} \right\} 6 = 6, \text{ tehát az állítás igaz;} \\
 \\
 \left. \begin{array}{l}
 \sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7 \\
 \sqrt{9+16} = 5
 \end{array} \right\} 7 \neq 5, \text{ tehát az állítás nem igaz;} \\
 \\
 \left. \begin{array}{l}
 \sqrt{36} : \sqrt{9} = 6 : 3 = 2 \\
 \sqrt{36 : 9} = 2
 \end{array} \right\} 2 = 2, \text{ tehát az állítás igaz;} \\
 \\
 \left. \begin{array}{l}
 \sqrt{25} - \sqrt{16} = 1 \\
 \sqrt{25-16} = 3
 \end{array} \right\} 1 \neq 3, \text{ tehát az állítás nem igaz;} \\
 \\
 \left. \begin{array}{l}
 \sqrt{64} : \sqrt{4} = 4 \\
 \sqrt{64 : 4} = 4
 \end{array} \right\} 4 = 4, \text{ tehát az állítás igaz.}
 \end{array}$$

55. $1,4^2 = 1,96$; $4,13^2 = 17,057$; $5,08^2 = 25,806$, $8,7^2 = 75,69$; $7,93^2 = 62,885$; $9,98^2 = 99,6$.

56. a) $2,85^2 = 8,122$;
 b) $28,5^2 = 812,2 = 8,122 \cdot 10^2$;
 c) $285^2 = 8122 = 8,122 \cdot 10^4$;
 d) $2\ 850^2 = 8\ 122\ 000 = 8,122 \cdot 10^6$;
 e) $28\ 500^2 = 812\ 200\ 000 = 8,122 \cdot 10^8$;
 f) $0,285^2 = 0,08122 = 8,122 \cdot 10^{-2}$;
 g) $0,028\ 5^2 = 0,0008122 = 8,122 \cdot 10^{-4}$;
 h) $0,002\ 85^2 = 0,000008122 = 8,122 \cdot 10^{-6}$.

57. a) $54^2 = 2\ 916 = 29,16 \cdot 10^2$;
 b) $124^2 = 15\ 380 = 1,538 \cdot 10^4$;
 c) $302^2 = 91\ 200 = 9,12 \cdot 10^4$;
 d) $1\ 400^2 = 1\ 960\ 000 = 1,96 \cdot 10^6$;
 e) $87\ 600^2 = 7\ 673\ 800\ 000 = 76,738 \cdot 10^8$;
 f) $7\ 040\ 000^2 = 49\ 562\ 000\ 000\ 000 = 49,562 \cdot 10^{12}$;
 g) $0,63^2 = 0,3969 = 39,69 \cdot 10^{-2}$;
 h) $0,024^2 = 0,000576 = 5,76 \cdot 10^{-4}$;
 i) $0,003\ 6^2 = 0,00001296 = 12,96 \cdot 10^{-6}$;
 j) $0,000\ 631^2 = 0,00000039816 = 39,816 \cdot 10^{-8}$;
 k) $0,000\ 078^2 = 0,00000006084 = 60,84 \cdot 10^{-10}$;
 l) $0,000\ 000\ 538^2 = 0,0000000000028944 = 28,944 \cdot 10^{-14}$.

58. $\sqrt{2,69} = 1,64$, $\sqrt{13,4} = 3,66$, $\sqrt{45,56} = 6,75$, $\sqrt{83,72} = 9,15$,
 $\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{5} = 2,24$, $\sqrt{10} = 3,16$, $\sqrt{7} = 2,65$,
 $\sqrt{8} = 2,83$, $\sqrt{18} = 4,24$, $\sqrt{22,5} = 4,74$, $\sqrt{30} = 5,48$.

59. $\sqrt{1,988} = 1,41$, $\sqrt{19,88} = 4,46$, $\sqrt{3,35} = 1,83$, $\sqrt{33,5} = 5,79$.

SZÁMOK ÉS MŰVELETEK

60. $\sqrt{18} = 4,24$, $\sqrt{180} = 13,4$, $\sqrt{1\ 800} = 42,4$, $\sqrt{18\ 000} = 134$,
 $\sqrt{1,8} = 1,34$, $\sqrt{0,18} = 0,424$, $\sqrt{0,018} = 0,134$, $\sqrt{0,0018} = 0,0424$.

61. $\sqrt{189} = 13,7$, $\sqrt{1\ 340} = 36,6$, $\sqrt{4\ 950} = 70,3$, $\sqrt{54\ 000} = 232$,
 $\sqrt{0,7} = 0,837$, $\sqrt{0,046} = 0,214$, $\sqrt{0,000\ 72} = 0,0268$, $\sqrt{0,000\ 093\ 2} = 0,00965$.

62. $K = 13\ \text{dm}$, $T = 10,5625\ \text{dm}^2$.

63. $K = 191,2\ \text{cm}$, $T = 2\ 284,84\ \text{dm}^2$.

64. $a = 44,5\ \text{m}$, $T = 1980,25\ \text{m}^2$.

65. $a = 1,8\ \text{dm}$, $K = 7,2\ \text{dm}$.

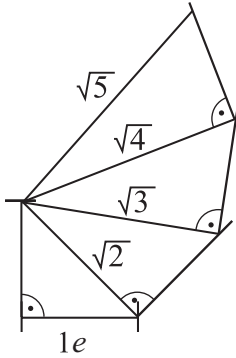
66. $a = 74,9\ \text{m}$, $K = 299,6\ \text{m}$.

67. $a = 0,0205\ \text{km}$, $K = 0,082\ \text{km}$.

Pitagorasz-tétel

1. a) $c = 12$ cm; b) $y = 12$ cm; c) $m = 21$ cm; d) $c = 25,6$ dm; e) $y = 21,9$ m; f) $m = 8,57$ cm.
2. A derékszögű háromszög átfogója **12,2 cm** hosszú.
3. A derékszögű háromszög átfogója **65 dm** hosszú, $K = 157$ dm, $T = 1058$ dm².
4. A derékszögű háromszög hiányzó befogója **8,31 m** hosszú, $K = 22,41$ m, $T = 19,11$ m².
5. A négyzet átlója **16,97 cm** hosszú, $K = 48$ cm, $T = 144$ cm².
6. A négyzet átlója **4,24 cm** hosszú, $a = 3$ cm, $T = 9$ cm².
7. Az egyenlő szárú háromszög $K = 24,32$ cm, $T = 27,9$ cm².
8. Az egyenlő szárú háromszög $K = 26$ cm, $T = 28,62$ cm².
9. Az egyenlő szárú háromszög $K = 46,2$ dm, $T = 46,9$ dm².
10. Az egyenlő szárú háromszög $K = 36$ cm, $T = 60$ cm².
11. A szabályos háromszög $K = 54$ cm, $T = 140,31$ cm².
12. A téglalap hiányzó oldala **15,2 cm** hosszú, $K = 56,4$ cm, $T = 197,2$ cm².
13. A téglalap köré írható kör sugara **5,045 dm**.
14. $K = 34,4$ cm, $T = 70$ cm².
15. $K = 100$ mm, $T = 623,22$ mm².
16. $K = 32$ dm, $T = 52,8$ dm².
17. $K = 80$ cm, $T = 310$ cm².
18. $K = 32$ cm, $T = 44$ cm².
19. A húr hossza **11,32 cm**.
20. $h_1 = 3,6$ cm, $h_2 = 17$ cm.

21.



22. $AO = 5$, $BO = 5,39$, $CO = 13,93$.

23. $AB = 5,83$, $CD = 6,7$.

24. $K = 26,15$.

25. A lapátló **11,3 cm**, a testátló **13,86 cm**.

26. A kocka felszíne **1728 cm²**.

27. A téglatest testátlója **17 cm** hosszú.

28. A leghosszabb lapátló **14,4 cm**, a leghosszabb és a legrövidebb lapátló közötti különbség **4,97 cm**, a téglatest testátlója **15,26 cm** hosszú.

29. a) 30 cm; b) 23,35 cm; c) 26,4 cm; d) 25,76 cm.
b) < d) < c) < a)

A Pitagorasz-tétel megfordítása

30.

Szögei szerint	derék-szög	tompaszög	–	derék-szög	hegyes-szög	derék-szög	hegyes-szög	tompaszög
Kerület	12 cm	22 cm	–	30 m	52 cm	30 dm	35 mm	7,6 dm
Terület	6 cm ²	≈ 23 cm ²	–	30 m ²	≈ 104 cm ²	37,5 dm ²	≈ 54 mm ²	≈ 2,6 dm ²

Algebrai kifejezések

1. a) $b = a - 6$; b) $a + b = 23$; c) $5a + b$; d) $(a - b) \cdot 3$; e) $(a + b) \cdot 2 - c$; f) $a \cdot 0,37 - b$;
 g) $x^2 - y^2$; h) $(x - y)^2$; i) $c^2 - d \frac{5}{7}$; j) $c : 7 - 6$; k) $1,3 \cdot \left(\frac{x}{6} + \frac{y}{4} \right)$

2. $\boxed{7}ab^2$; $\boxed{\frac{1}{3}}ab^2$; $\boxed{\frac{5}{6}}x^2y^3$; $\boxed{1,03}xyz$; $\boxed{1}ab$; $\boxed{\frac{3}{2}}xy$.

3.

Együttható	3	2,7	$\frac{3}{4}$	-2,5	-1	$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{7}$	$-\frac{4}{3}$	1
Változó	c	b	x	c	x	e	x	f	xy

4. $3a$ -val egynemű: $0,9a, 8a$;
 $3ab^2$ -tel egynemű: $7ab^2$;
 $1,2ab$ -vel egynemű: $-\frac{2}{3}ab, \frac{7ab}{9}, 3,4ab, -ba$;
 $-a^2b$ -vel egynemű: $7a^2b, 13a^2b$.

5. $7ab^2$; $\frac{ab^2}{3}$; $2ab^2$ | ab ; $5ba$; | $2a$; | $2a^2b$.

6. $5a^2b^2$; $3a^2b^2$ | $3a \cdot b \cdot b$ | $\frac{ab}{3}$; ab ; $5ba$ | $3a^2$.

7. a) $y^4, -7y^4, \frac{3}{4}y^4, 6y^4, 11y^4$;

b) $-x^2, \frac{3}{7}x^2, 8x^2, -17x^2, \frac{15}{4}x^2$;

c) $2x^2y^4, \frac{8}{7}x^2y^4, -3x^2y^4, 13x^2y^4, \frac{15}{16}x^2y^4$;

d) $-8a^3b^2, \frac{5}{17}a^3b^2, 2,3a^3b, 9a^3b^2, \frac{2}{3}a^3b^2$.

8. $\underline{7ab^2}$, $\underline{2a^2b}$, $\frac{ab^2}{3}$, $\boxed{\frac{1}{a^2b}}$, $\boxed{\frac{7}{a^2b}}$, \underline{ab} , $\underline{2a}$, $\boxed{\frac{2xy}{5x^3y^2}}$, $\underline{2x\frac{3}{4}y}$.

ALGEBRAI KIFEJEZÉSEK

9. $\underline{5a^2b^2}$, $\underline{3a \cdot a \cdot b}$, $\frac{ab^2}{5}$, $\frac{2}{a^2b}$, $\frac{9}{a^3b^2}$, \underline{ab} , $\underline{2a}$, $\frac{2xy}{5x^3y^2}$, $\frac{4x}{4}y$.

10. a) $-1+2y$; b) $-2x$; c) $-2x^2+2xy+y^2$; d) $y^2-2x^2+5x^2y^2+3y$.

11. a) $-a^2b+ab$; b) $2x^2-\frac{2}{3}y-4\frac{1}{3}xy$; c) $-8x^2+2$; d) $2x^2+\frac{1}{3}x^2y$.

12. a) $-3y-1$; b) $-7x+17y-z$; c) $4,5xy-5xz-1,9yz$; d) $-0,825y+2z^3+\frac{3}{20}x^2$.

13. a) 36,45; b) 0; c) -30; d) -104.

14. a) -5; b) $\frac{23}{450}$; c) $\frac{50}{13}$; d) $3\frac{11}{25}$.

15. a) -10; b) 3; c) -12; d) $1\frac{7}{13}$.

16. a) -17; b) $-\frac{5}{108}$; c) 0; d) 0.

17. a) $-6a^2$; b) $-43a^3$; c) $6x^2y$; d) $\frac{1}{6}x^4y^3$.

18.

$-35x^2y$	$42x^3$	$63x^2y^3$	$28x^3y$	$-105x^4y^2$
$-3,5x^3y$	$4,2x^4$	$6,3x^3y^3$	$2,8x^4y$	$-10,5x^5y^2$
$-\frac{5}{3}x^2y^3$	$2x^3y^2$	$3x^2y^5$	$\frac{4}{3}x^3y^3$	$-5x^4y^4$

19. a) $3a^2$; b) $3a$; c) $4x^2$; d) $0,4yz^2$.

20.

$-2y$	$0,6x$	$\frac{4}{3}y^3$	$3x^2y$	$-4x^3y^3$
$-10x$	$3\frac{x^2}{y}$	$\frac{20}{3}xy^2$	$15x^3$	$-40x^4y^2$
-2	$0,6\frac{x}{y}$	$\frac{4}{3}y^2$	$3x^2$	$-4x^3y^2$

ALGEBRAI KIFEJEZÉSEK

21. a) a^9 ; b) $\frac{2^3}{3^3}x^3$; c) x^5 ; d) $\frac{2^2}{5^2}y^6$; e) a^6 ; f) $2^4a^{12}b^4$; g) $a^{12}b^8$; h) a^6b^3 .

Szorzat összegé alakítása

22. a) $5x - 19y$; b) $4x + 10$; c) $-7y^2 - 4xy + 8y - 6x$; d) $42c^2 - 36cd - 8c - d$.

23.

				$\frac{4}{9}a^3b$	$-\frac{1}{3}\frac{a^3}{b^2}$
	$3ab - 3b^2$	$4,5a^2b$	$15ab^4$	$\frac{4}{3}a^3b^2$	
$0,6a^2$	$0,6a^3 - 0,6a^2b$		$3a^3b^3$	$\frac{4}{15}a^5b$	$-\frac{1}{5}\frac{a^5}{b^2}$
	$\frac{1}{4}a^2b^2 - \frac{1}{4}ab^3$	$0,375a^3b^2$	$\frac{5}{4}a^2b^5$		$-\frac{1}{12}a^3$

24. a) $6x - 10x^2$; b) $12x^3 - 8x^2$; c) $12y - 28y^2$; d) $18x^2 - 21x$.

25. a) $12x - 8x^3$; b) $12x^5 - 8x^4 + 4x^3$; c) $6x^3 - 9x^2 + 21x$; d) $6x^2 - 7x + 2$.

26. a) $6x^3y^5a$; b) $39x - 6x^2$; c) $xy - 3y + 2x - 6$; d) $\frac{3}{5}x^2 - \frac{1}{35}x$.

Összeg szorzattá alakítása

27. a) $8(a - 2b)$; b) $5ab(1 - 2ab)$; c) $4x \cdot (3x^2 - 2x + 1)$; d) $xy^2(1 + y - 5x + 3xy)$.

28. a) $2b(2a^2 + 2a + b)$; b) $2(3a^2 - 6ab + 2b^2)$; c) $7(4x^2 - 6xy + 9y^2)$; d) $3z(9x^2 + 6xy + y^2)$.

29. a) $7a(7a^2 - 2b + 3ab^2)$; b) $2xy(9x + 6 + y)$; c) $4(16x^2 - 8x + 1)$; d) $17ab(2 - ab + 3b)$.

30. a) $E = 3$; b) $F = 2a$; c) $G = 2xy^2$; d) $H = 3xz^2$.

31. a) $2x + y$, alaphalmaz: \mathbb{R} és $2x \neq -y$;

b) $x - y$, alaphalmaz: \mathbb{R} és $x \neq y$;

c) $x + 3y$, alaphalmaz: \mathbb{R} és $x \neq -3y$;

d) $x - 2y$, alaphalmaz: \mathbb{R} és $x \neq 2y$.

32. a) $2x - 7$; b) $\frac{2a+1}{3b}$; c) $\frac{5}{3}$; d) $\frac{a(2a+9b)}{2(a+b)}$.

Egyenletek, egyenlőtlenségek

1. a) $x = 2$; b) $x = -3$; c) $x = 1$.

2. a) $x = 0$; b) $y = 0$; c) azonosság; d) azonosság.

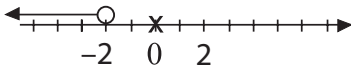
3. a) $x = -1$; b) $x = 1$; c) $y = 5$.

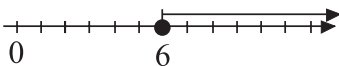
4. a) $a = 9$; b) $b = 35$; c) $c = 24$.

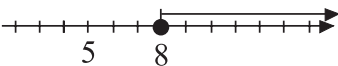
5. a) $a = 4$; b) $b = 2$; c) $x = 4$.

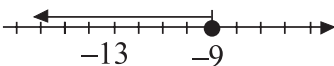
6. a) $a_1 = 0$, $a_2 = 7$; b) $b_1 = -2$, $b_2 = 5$; c) $c_1 = 0$, $c_2 = -2$, $c_3 = 4$.



7. a) $a_1 = \frac{5}{2}$, $a_2 = -3$, $a_3 = -\frac{8}{3}$; b) $b_1 = \frac{1}{2}$, $b_2 = 2$, $b_3 = -\frac{3}{2}$.

8. $-2 > x$. 

9. $x \geq 6$. 

10. $8 \leq x$. 

11. $-9 \geq x$. 

12. a) $6 \leq x$;  b) $2 \geq x$. 

13. Azonosságok: a), c), f), g), h).

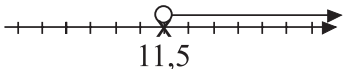
14. a) 4; b) $3x^2$; c) 2; d) 4, 9.

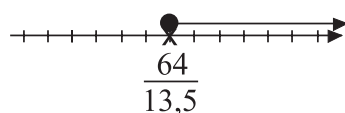
15. a) $a = 3$; b) $a = 9$; c) $a = 10$.

Egyenlettel megoldható

Szöveges feladatok

1. Jutkának **810** Ft-ja, Mártának **1040** Ft-ja van.
2. Az egyik polcon **56**, a másik polcon **74** befőtt van.
3. Az egyik szám **52**, a másik szám **9**.
4. Lolának **1640** Ft-ja, Balázsnak **2120** Ft-ja volt eredetileg.
5. Az első polcon **108**, a másodikon **36**, a harmadikon **72** könyv van.
6. Egy menü **840** Ft-ba került.
7. $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 75^\circ$.
8. $\alpha = 84^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 36^\circ$.
9. A ketrecben eredetileg **73** nyúl volt.
10. A matematikadolgozat átlaga **3,48** volt.
11. Laci **10** éves, édesanyja **38**, édesapja **40** éves.
12. Panni **9**, apukája **39** éves.
13. Az egyik szám **95**, a másik **57**.
14. A teremben **142** háromlábú és **178** négylábú szék van.
15. A parkolóban **7** motor és **15** autó van.

16. a) $11,5 < x$;  A number line with an arrow pointing to the right. There are 15 tick marks. The 11th tick mark from the left is labeled '11,5'. An open circle is drawn at this tick mark, and a horizontal line with an arrow at the right end extends to the right from the circle.

b) $x \geq \frac{64}{13,5}$.  A number line with an arrow pointing to the right. There are 15 tick marks. The 11th tick mark from the left is labeled with the fraction '64/13,5'. A solid black dot is drawn at this tick mark, and a horizontal line with an arrow at the right end extends to the right from the dot.

17. $x \leq 10$.

a (cm)	$x - 3$	7	6
b (cm)	$x + 5$	15	14
c (cm)	x	10	9
K (cm)	≤ 32	32	29

Számok helyi értékével kapcsolatos feladatok

- 18.** Ez a kétjegyű szám az 58.
- 19.** Ezek a kétjegyű számok a 13, 24, 35, 46, 57, 68, 79.
- 20.** Az eredeti kétjegyű szám a 36.
- 21.** Az eredeti kétjegyű szám a 62.
- 22.** Az eredeti kétjegyű szám a 62.
- 23.** Ez a háromjegyű szám a 362.

Munkavégzéssel kapcsolatos feladatok

- 24.** A betonozási munkák $2\frac{4}{43}$ napig tartanak.
- 25.** Ede és Máté együtt $5\frac{3}{12}$ órát dolgozott.
- 26.** Ede $8\frac{3}{4}$ órát dolgozott összesen.
- 27.** Gábor összesen 7,5 napot dolgozott.
- 28.** Gábor összesen $7\frac{2}{9}$ napot dolgozott.
- 29.** Még 3 munkást kell beállítani.

Mozgásos feladatok

- 30.** A motor Pécestől **283,5** km távolságra éri utol a teherautót **5,25** óra múlva.
- 31.** A város a falutól **36** km távolságra van.
- 32.** Lolka Bolkát **270** másodperc alatt körözi le.
- 33.** Bence és Gergő **150** másodperc múlva találkoznak.

Keveréses feladatok

- 34.** A 80%-os oldatból **25,45** grammra van szükség.
- 35.** A 25%-os oldatból **3,25** kg-ra, a 45%-os oldatból **1,75** kg-ra van szükség.
- 36.** A 10%-os ecetsavból **30** grammra, a 30%-os ecetsavból **90** grammra van szükség.
- 37.** A 80%-os oldatból **30** grammra, a 50%-os oldatból **50** grammra van szükség.

Vegyes feladatok

- 38.** a) 7,4 km-t tett meg 1 óra alatt.
- b) $9 + 2:06 = 11:06$ 11 óra 6 perckor ér célba.
- c) 4,2 perccel később ért célba, mint Zsuzsi.
- d) Béla 117,6 perc alatt ért célba, István 109,2 perc alatt, így 8,4 perccel ért előbb célba, mint Béla.
- e) Bélának ekkor még hátra volt 1,5 km.

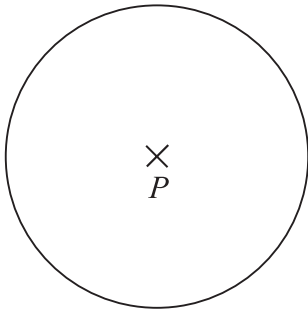
Pénzzel kapcsolatos feladatok

- 39.** a) 100 euróért 32760 Ft-ot kapna.
- b) 31777,2 Ft-ot kapna.
- 40.** a) Az első év végére 520 000 Ft lesz.
- b) A harmadik év végére 562 430 Ft-ot fizet vissza a bank.
- 41.** 1 év /12 hónap/ alatt: $175\ 000 \times 12 = 2\ 100\ 000$ Ft fizet vissza a banknak.
20 év alatt: $2\ 100\ 000 \times 20 = 42\ 000\ 000$ Ft-ot fizet vissza a banknak.
- 42.** a) 1 év múlva: $15\ 000\ 000 \times 0,8 = 12\ 000\ 000$ Ft-ot ér.
- b) 8 748 000 Ft-ot ér négy év múlva.
- c) $8\ 748\ 000 \times 0,9 \times 0,9 = 7\ 085\ 880$ Ft-ot ér hat év múlva.
- d) A Kelley Blue Book autóipari kutatóintézet adatai szerint egy hároméves elektromos autó átlagosan új értéke 63%-át éri.
- e) Egy hároméves elektromos autó átlagosan új értéke 63%-át éri, míg az ugyanilyen korú benzines autó átlaga 66%. Az ötéves autók összehasonlításában már 37 és 46%-os értékértéket kapunk.

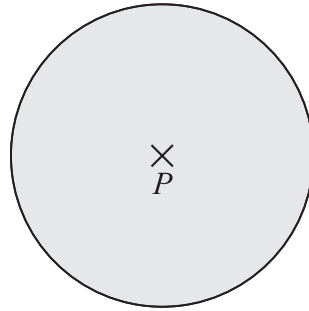
Geometriai ismétlés

Alapfogalmak, alapszerkesztések

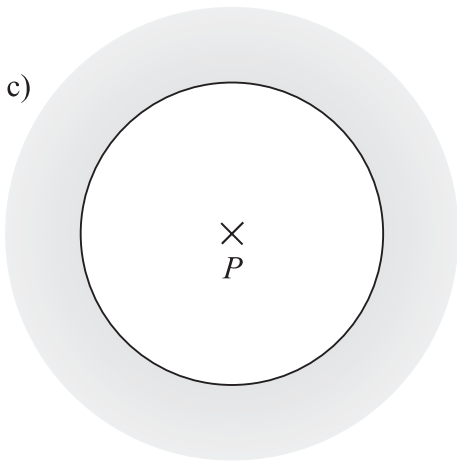
1. a)



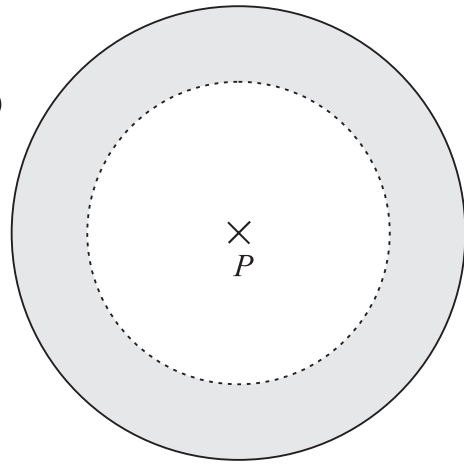
b)



c)

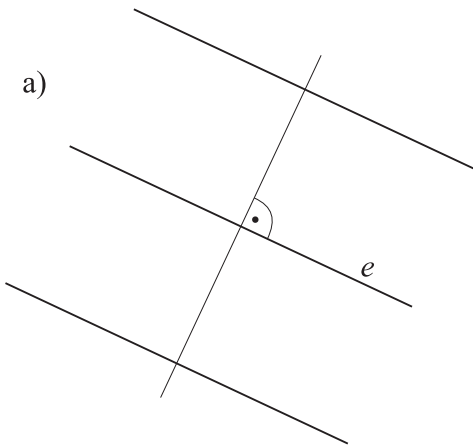


d)

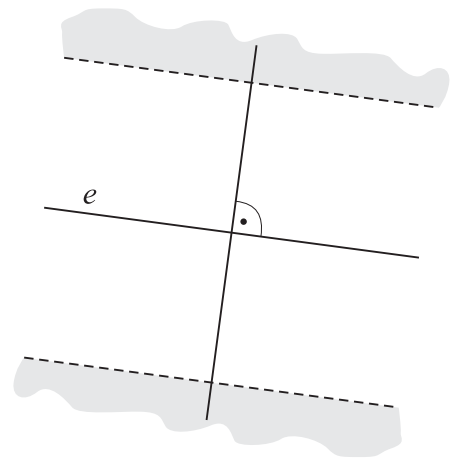


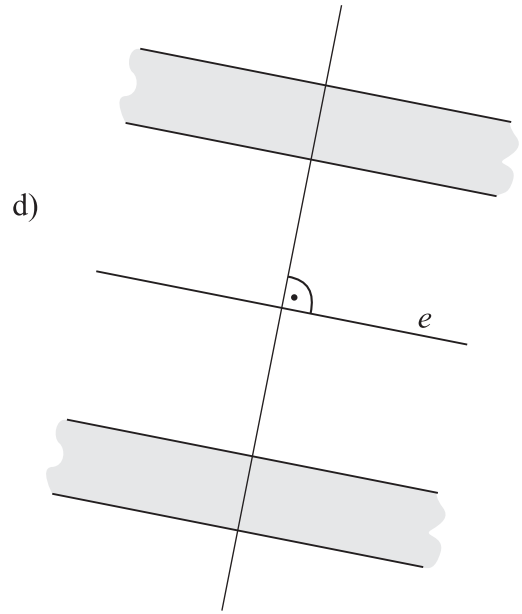
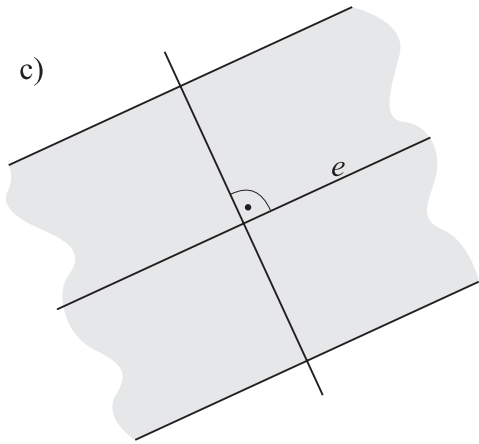
2.

a)

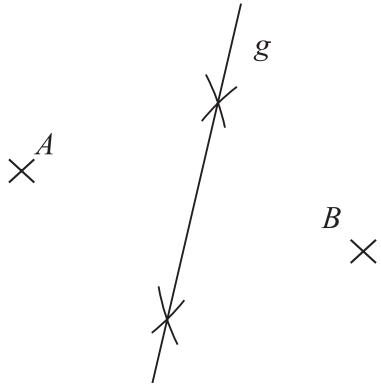


b)

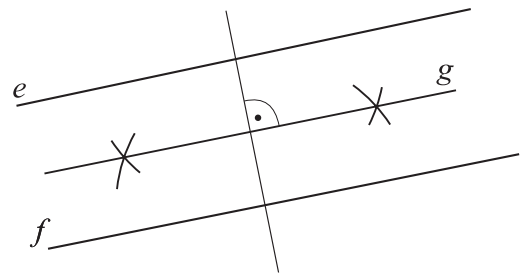




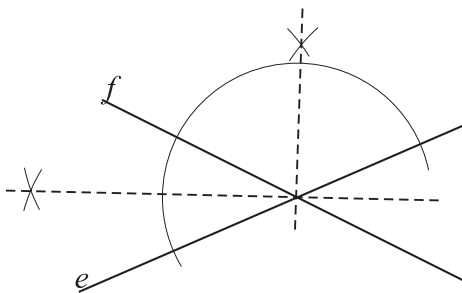
3. a)



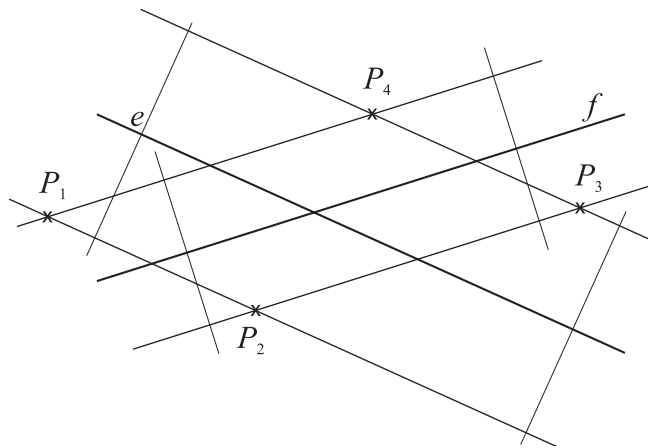
b)



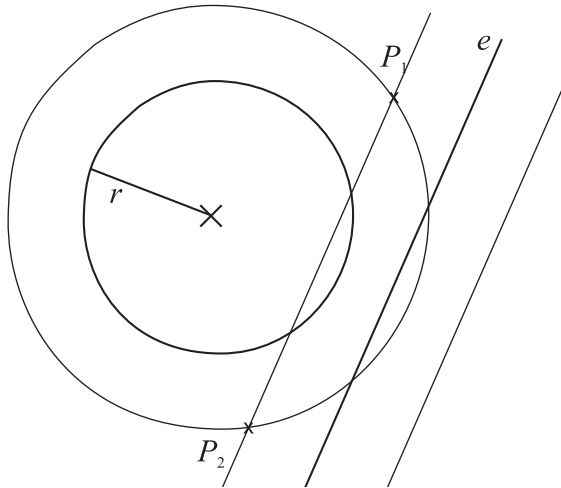
c)



d)



4.



Ha az egyenes érinti a körvonalat, akkor **3** ilyen pont van.

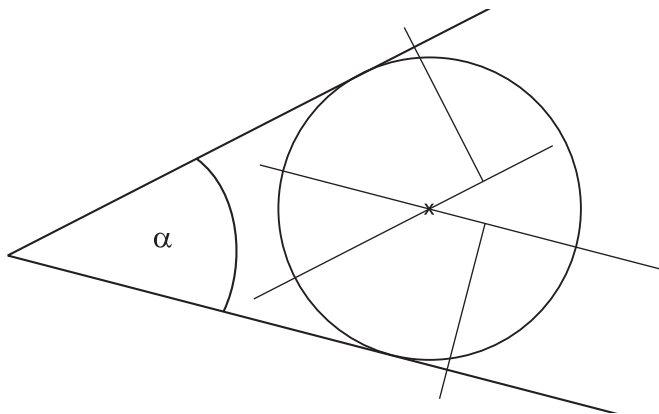
Ha az egyenes és körvonal távolsága 2 cm-nél kisebb, akkor $2 \leq p \leq 4$ ilyen pont van.

Ha az egyenes és körvonal távolsága 2 cm, akkor **1** ilyen pont van.

Ha az egyenes és körvonal távolsága 2 cm-nél nagyobb, akkor **0** ilyen pont van.

5. A sík azon pontjai, amelyek e -től 2 cm-nél nem nagyobb és P -től 1 cm-nél nem kisebb távolságra vannak.

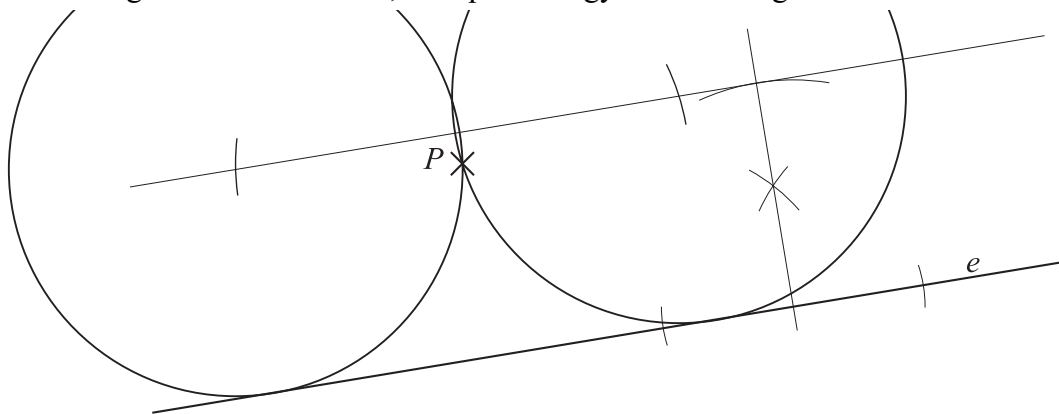
6.



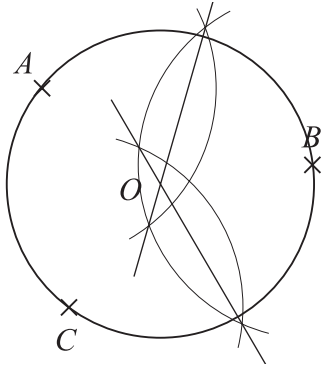
7. Két megoldás esetén a pont és egyenes távolsága: $d(P, e) < 6$ cm.

Egy megoldás esetén a pont és egyenes távolsága: **6** cm.

Nincs megoldása a feladatnak, ha a pont és egyenes távolsága: $d > 6$ cm.

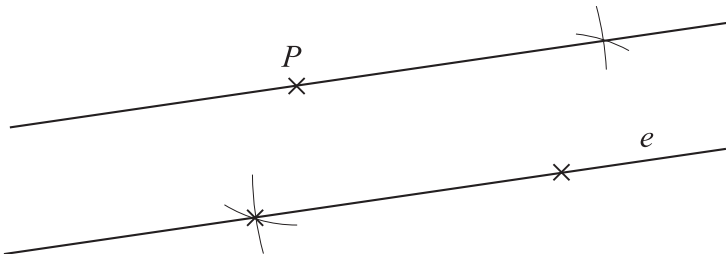


8.

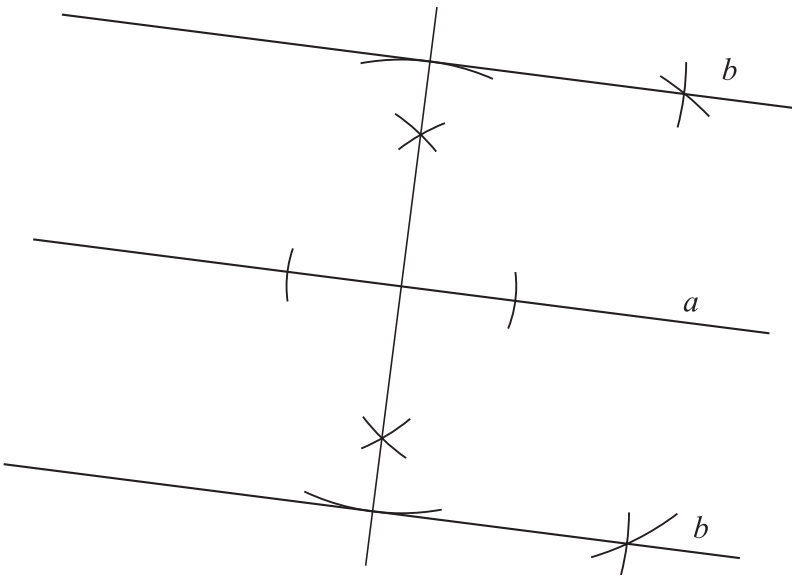


Ha a feladatnak nincs megoldása, akkor a három pont **egy egyenesen van**.

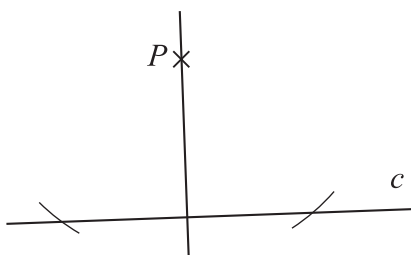
9.



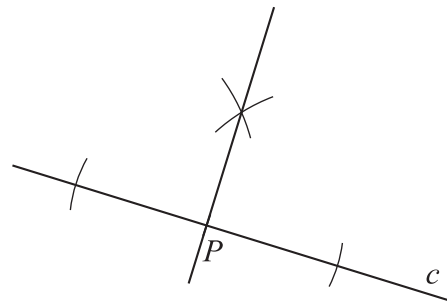
10.



11. a)

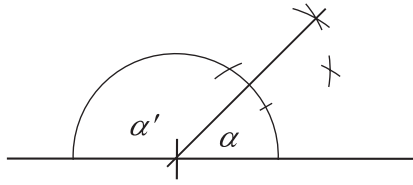


b)

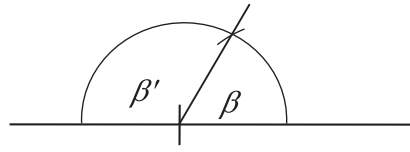


12. Szerkeszd meg az adott szögeket! Mekkora a megszerkesztett szög mellékszöge?

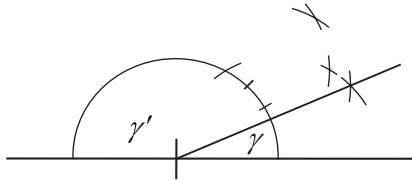
$$\alpha' = 135^\circ$$



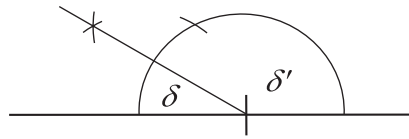
$$\beta' = 120^\circ$$



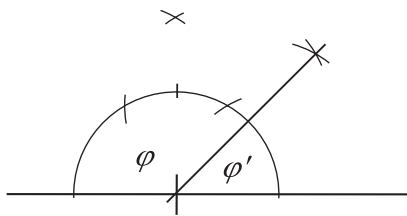
$$\gamma' = 157,5^\circ$$



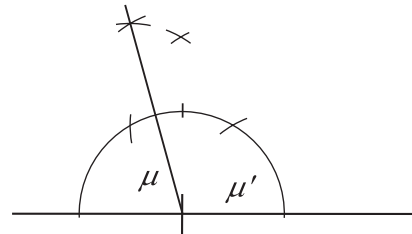
$$\delta' = 150^\circ$$



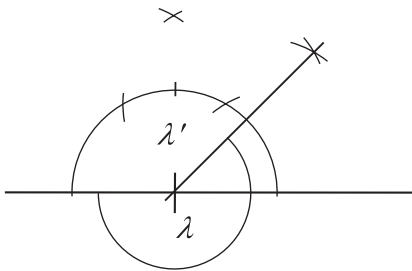
$$\varphi' = 45^\circ$$



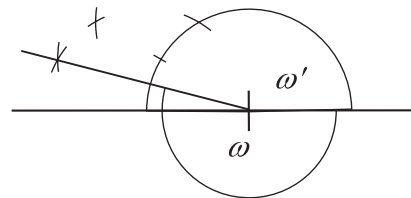
$$\mu' = 105^\circ$$



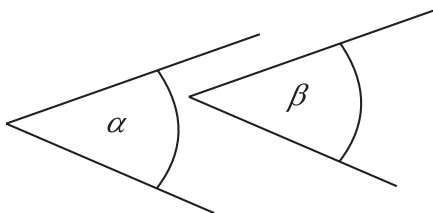
$$\lambda' = 135^\circ$$



$$\omega' = 165^\circ$$

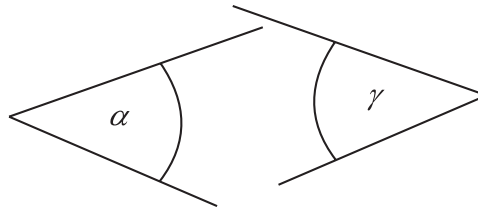


13. a)



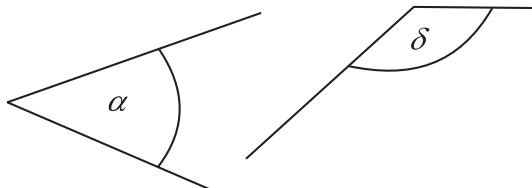
$$\alpha = \beta$$

b)



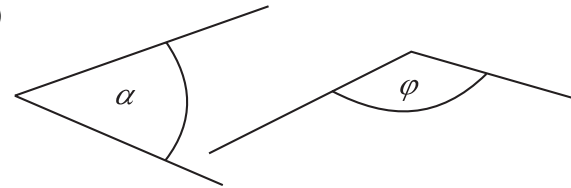
$$\alpha = \gamma$$

c)



$$\alpha + \delta = 180^\circ$$

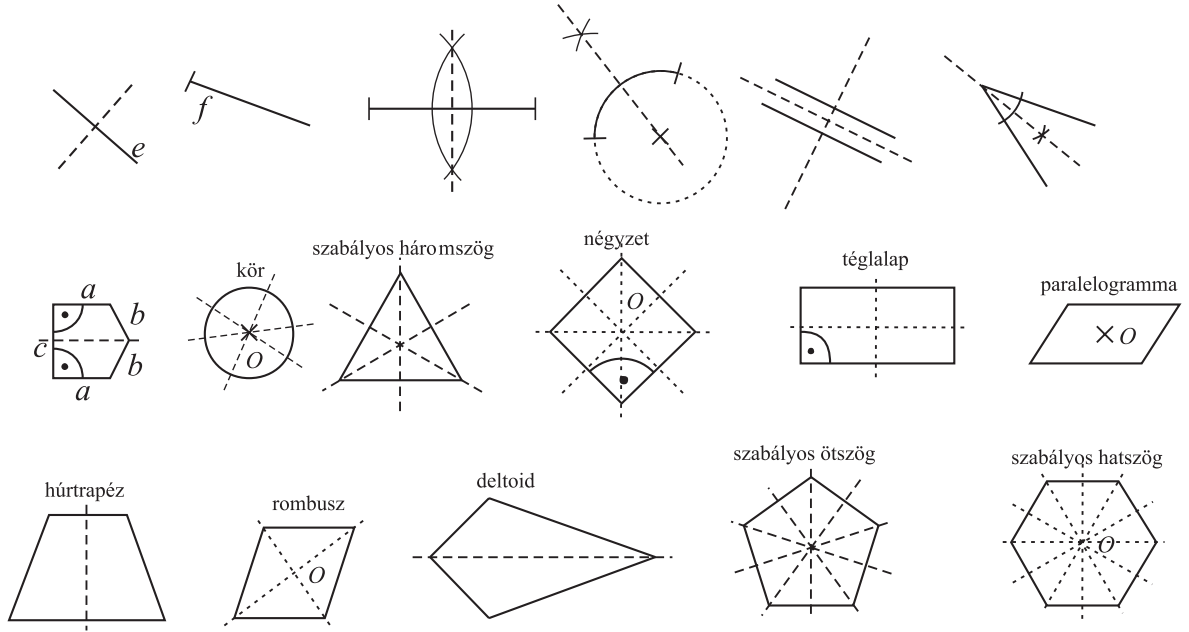
d)



$$\alpha + \varphi = 180^\circ$$

GEOMETRIAI ISMÉTLÉS

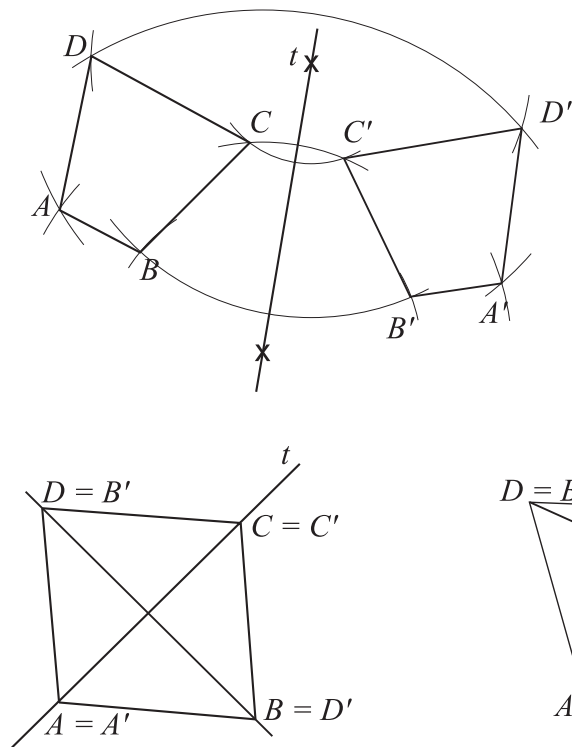
14.



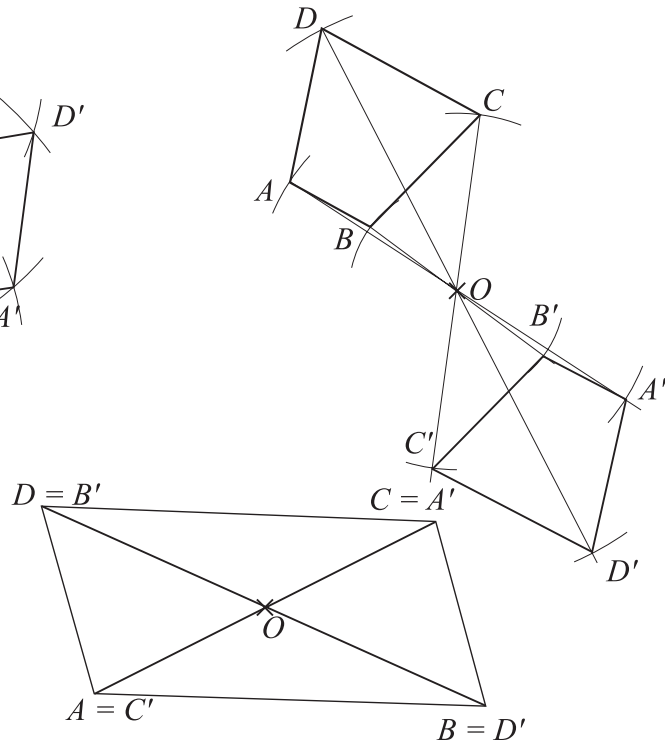
15. a) lehet; b) biztos, 1; c) lehet, 1; d) biztos 3.

16. nem; páros; és tengelyesen is; a tengelyek metszéspontja.

17. a)



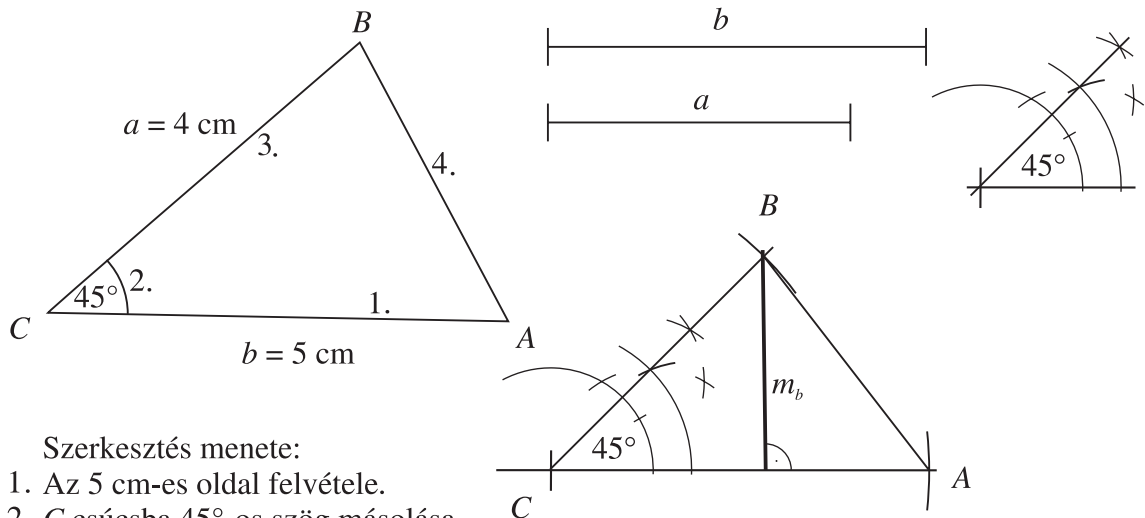
b)



Háromszögek

- 18.** a) $3 \text{ cm} < \text{harmadik oldal hossza} < 15 \text{ cm}$.
 b) Marcsi háromszögének a 3. oldala $10,8 \text{ cm}$.
 Karcsi háromszögének a 3. oldala $6,7 \text{ cm}$.
 c) Pali háromszögének a 3. oldala 6 cm .
 d) Vali háromszögének a 3. oldala 9 cm .

19.



Szerkesztés menete:

1. Az 5 cm -es oldal felvétele.
2. C csúcsba 45° -os szög másolása.
3. A 45° -os szög másik szárára a 4 cm rámerése.
4. A kapott 2 végpont összekötése.

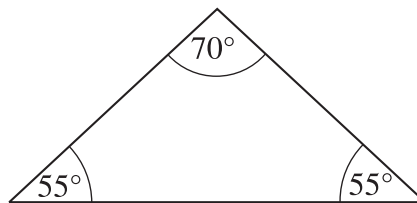
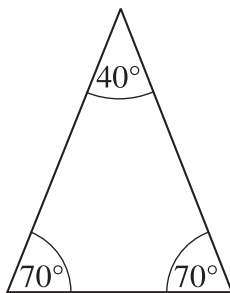
$m = 3 \text{ cm}$

$T = 7,5 \text{ cm}^2$

20. $\gamma = 73^\circ$; $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 55^\circ$; $\alpha = 75^\circ$, $\beta = 41^\circ$, $\gamma = 64^\circ$.

21. Egy egyenlő szárú háromszög egyik szöge 70° .

a)



b) Ha az egyenlő szárú háromszög egyik szöge $\geq 90^\circ$; a feladatnak csak egy megoldása van.

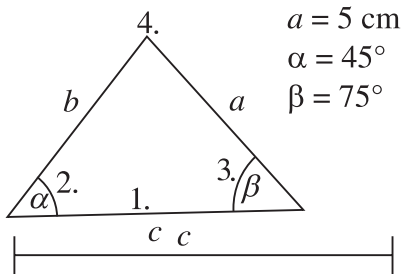
22. $\alpha = 36^\circ$, $2\alpha = 72^\circ$, $\alpha' = 45^\circ$, $2\alpha' = 90^\circ$.

23. $BAC \sphericalangle = 55^\circ$, $ABC \sphericalangle = 56^\circ$, $BCA \sphericalangle = 69^\circ$.

24. Egyenlő szakaszok: $AF = FB$, $CE = EF$, $BE = EA$, $BC = BF$.
 Egyenlő szögek: $\angle CEB = 60^\circ$, $\angle BEF = 60^\circ$, $\angle FEA = 60^\circ$, $\angle EAF = 30^\circ$, $\beta = 30^\circ$.

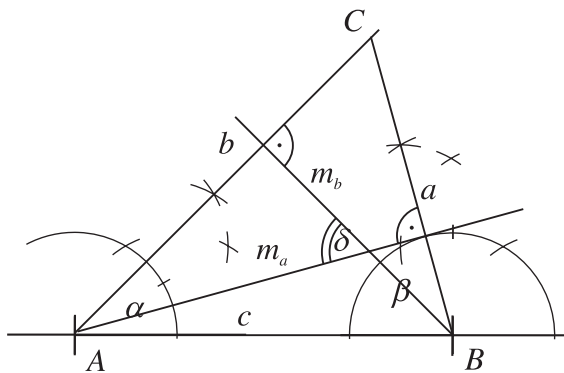
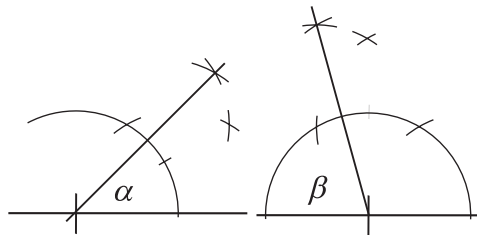
25. $\varphi = 140^\circ$.

26. Vázlat:



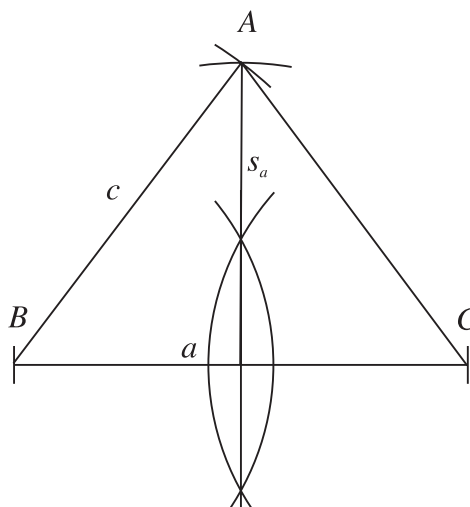
Szerkesztés menete:

1. A c oldal felvétele.
2. A csúcsba α szög másolása.
3. B csúcsba β szög másolása.
4. A harmadik csúcs a szögcsárak metszéspontja: C .



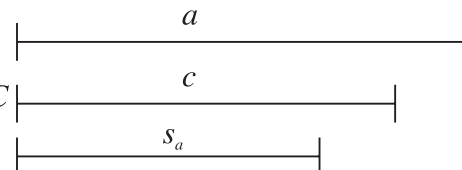
két magasságvonal által bezárt szög: $\delta = 60^\circ$.

27. Szerkesztés:



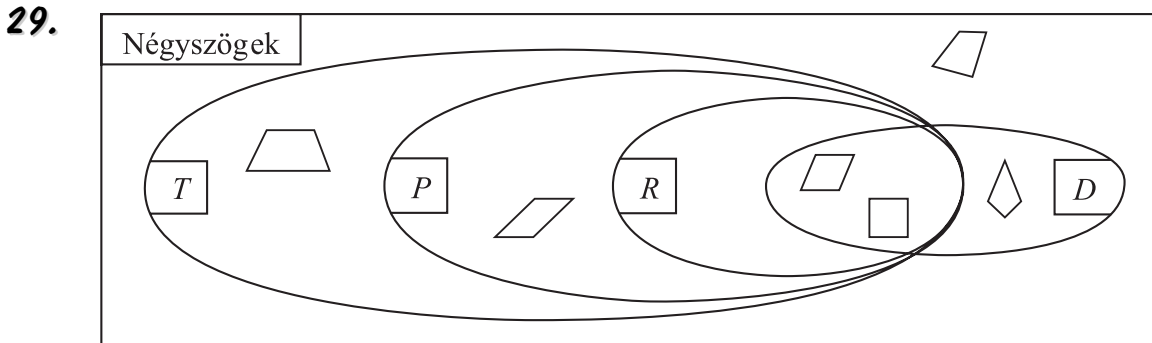
Szerkesztés menete:

1. a oldal felvétele, felezőpontjának megszerkesztése.
2. c oldallal körívet rajzolok a B csúcsból.
3. a oldal felezőpontjából körívet rajzolok s_a -val.
4. A két körív metszéspontja A .
5. A és C pont összekötése.



- 28.** a) $T = 30 \text{ cm}^2$;
 b) $K = 30 \text{ cm}$;
 c) $m_a = 12 \text{ cm}$, $m_b = 5 \text{ cm}$, $m_c = 4\frac{8}{13} \text{ cm}$;
 d) $s_a = 12,26 \text{ cm}$, $s_b = 7,81 \text{ cm}$;
 e) $r = 2 \text{ cm}$.

Négyszögek



- 30.** H, I, I, H, I, I, H, H, I, H, I.

- 31.** Rombusz: $\beta = 138^\circ$, $\gamma = 42^\circ$, $\delta = 138^\circ$;
 paralelogramma: $\alpha = 74^\circ$, $\beta = 106^\circ$, $\gamma = 74^\circ$, $\delta = 106^\circ$;
 trapéz: $\alpha = 44^\circ$, $\beta = 55^\circ$, $\gamma = 125^\circ$;
 deltoid: $\alpha = 110^\circ$, $\gamma = 30^\circ$, $\delta = 110^\circ$.

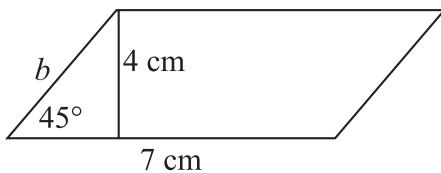
- 32.** $\alpha = 98^\circ$, $\beta = 89^\circ$; $\alpha = 75^\circ$, $\beta = 112^\circ$; $\alpha = 93,5^\circ$, $\beta = 93,5^\circ$.

- 33.** $K = 32 \text{ cm}$, $T = 44 \text{ cm}^2$.

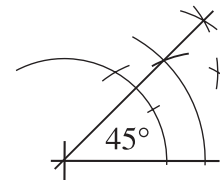
- 34.** $K = 66 \text{ cm}$, $T = 252 \text{ cm}^2$.

- 35.** $K = 24 \text{ cm}$, $T = 18 \text{ cm}^2$.

- 36.**

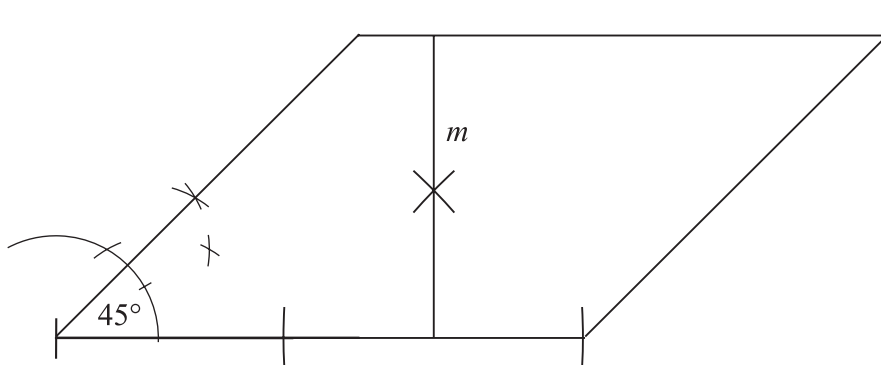


$b = 5,66 \text{ cm}$,
 $K = 25,32 \text{ cm}$,
 $T = 28 \text{ cm}^2$.

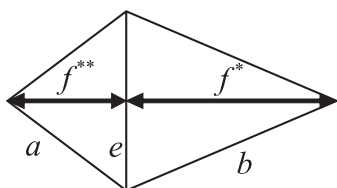


Szerkesztés menete:

1. 7 cm-es szakasz felvétele.
2. Egyik végpontjába 45° -os szög szerkesztése.
3. 7 cm-es oldallal 4 cm távolságra párhuzamos egyenes szerkesztése.
4. Ahol a 45° -os szög szára metszi a párhuzamost, onnan a 7 cm-es szakaszt mérjük.
5. A kapott két végpont összekötése.



37.

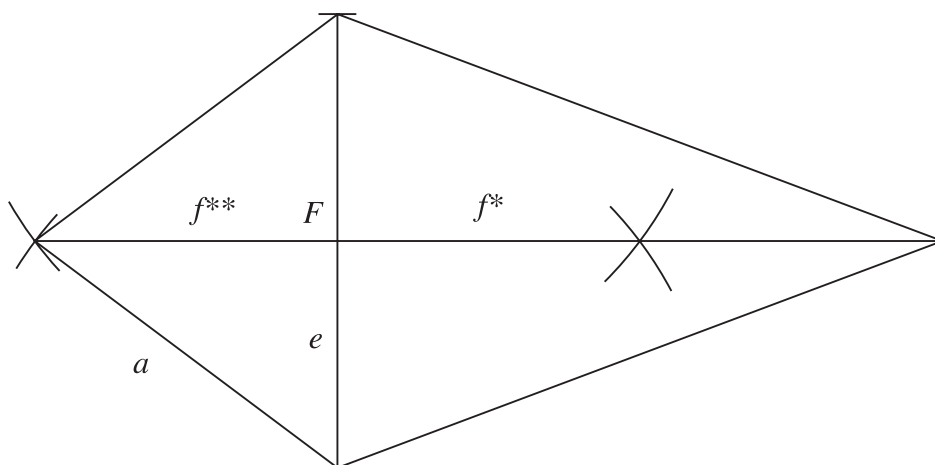


$b = 8,54$ cm, $K = 27,08$ cm, $f = 12$ cm, $f^{**} = 4$ cm,
 $T = 36$ cm.

Szerkesztés menete:

1. e átló felvétele.
2. a oldallal, mint szárral, e alappal egyenlő szárú háromszög szerkesztése.
3. e felezőmerőlegesének megszerkesztése.
4. e felezőpontjából rámértem f^* -ot.
5. A kapott pontot összekötöm e végpontjaival.

Szerkesztés:



Sokszögek

38.

	háromszög	négyszög	ötszög	hatszög	hétaszög	tízsög	tizenhatszög	n -szög
Egy csúcsból húzható átlók száma	–	1	2	3	4	7	13	$n - 3$
Az egy csúcsból húzott átlók ennyi háromszögre bontják a sokszöget	–	2	3	4	5	8	14	$n - 2$
Összes átlók száma	–	2	5	9	14	35	104	$\frac{(n-3) \cdot n}{2}$
Belső szögeinek összege	180°	360°	540°	720°	900°	1440°	2520°	$(n - 2) \cdot 180^\circ$
Külső szögeinek összege	360°	360°	360°	360°	360°	360°	360°	360°

39. a) 65; b) 1980° ; c) 360° .

40. a) 135; b) 2880° ; c) 360° .

41. a) A sokszög 6 oldalú. b) A sokszög 13 oldalú. c) A sokszög 43 oldalú.

42. a) A sokszög 7 oldalú. b) A sokszög 14 oldalú. c) A sokszög 20 oldalú.

43. a) A sokszög belső szögeinek összege $2\ 160^\circ$.

b) A sokszög belső szögeinek összege $3\ 060^\circ$.

c) A sokszög belső szögeinek összege $3\ 780^\circ$.

44. a) A sokszög 8 oldalú. b) A sokszög 15 oldalú. c) A sokszög 17 oldalú. d) A sokszög 21 oldalú.

45. $T_1 = 35\text{ cm}^2$, $T_2 = 35\text{ cm}^2$, $T_3 = 42\text{ cm}^2$, $T = 112\text{ cm}^2$,

$a = 7,28\text{ cm}$, $b = 8,06\text{ cm}$, $K = 25,34\text{ cm}$.

46.

	háromszög	négyszög	ötszög	hatszög	hétaszög	tízsög	tizenhatszög	n -szög
Középponti szögének nagysága	120°	90°	72°	60°	$\frac{360^\circ}{7}$	36°	$22,5^\circ$	$\frac{360^\circ}{n}$
Egy belső szögének nagysága	60°	90°	108°	120°	$\frac{900^\circ}{7}$	144°	$157,5^\circ$	$\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$
Egy külső szögének nagysága	120°	90°	72°	60°	$\frac{360^\circ}{7}$	36°	$22,5^\circ$	$\frac{360^\circ}{n}$
Szimmetria-tengelyeinek száma	3	4	5	6	7	10	16	n
Középpontosan szimmetrikus-e?	nem	igen	nem	igen	nem	igen	igen	

47. a) 9; b) 140°; c) 40°; d) 9; e) nem.

48. a) 12; b) 150°; c) 30°; d) 12; e) igen.

49. a) A szabályos sokszög 18 oldalú.

b) A szabályos sokszög 24 oldalú.

c) A szabályos sokszög 36 oldalú.

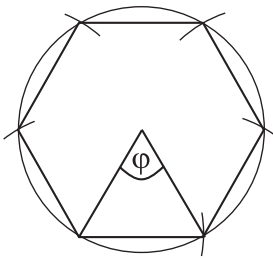
50. a) A szabályos sokszög 18 oldalú

b) A szabályos sokszög 25 oldalú.

c) A szabályos sokszög 30 oldalú.

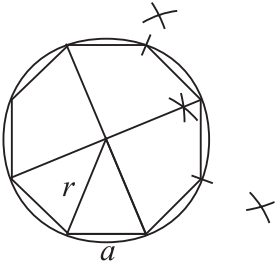
51. $K = 18 \text{ cm}$, $m_a \approx 2,6 \text{ cm}$, $T_{\text{háromszög}} = 3,9 \text{ cm}^2$, $T_{\text{hatszög}} = 23,4 \text{ cm}^2$.

Szerkesztés:



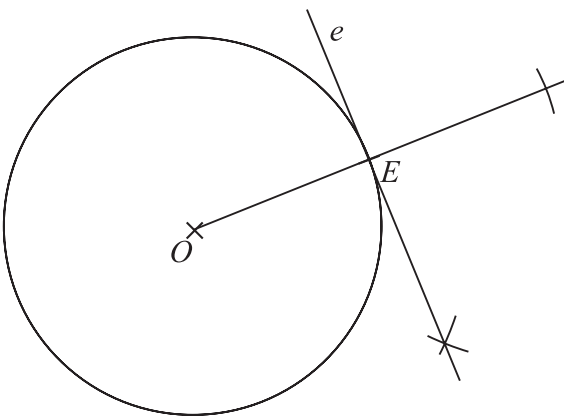
52. $a = 2,3 \text{ cm}$, $K = 18,4 \text{ cm}$, $T_{\text{háromszög}} = 3,1855 \text{ cm}^2$, $T_{\text{nyolcszög}} = 25,48 \text{ cm}^2$.

Szerkesztés:



A kör

53.



GEOMETRIAI ISMÉTLÉS

54. $K = 37,68 \text{ cm}$, $T = 113,04 \text{ cm}^2$.

55. A kerék átmérője **0,64 m**.

56. A körív hossza **75,36 cm**, a körcikk kerülete **111,36 cm**, a körcikk területe **602,88 cm²**.

57. A körív hossza **62,8 cm**, a körcikk kerülete **25,32 cm**, a körcikk területe **26,17 cm²**.

58. A pálya kerülete **357 m**, a területe **6962,5 m²**.

59. A keresett terület **40,192 cm²**.

60.

	R	r	a	K	T
a)	7 cm	3 cm	4 cm	62,8 cm	125,6 cm²
b)	9 cm	6 cm	3 cm	94,2 cm	141,3 cm²
c)	10 cm	7 cm	3 cm	106,76 cm	160,14 cm²
d)	8 cm	5 cm	3 cm	81,64 cm	122,46 cm ²

61. A körszelet területe **41,04 dm²**.

62. A körszelet területe **245,5 cm²**.

63. A hulladék területe **43,05 cm²**, ez **21,5** százaléka a háromszög területének.

Térgeometria

- 1.** A lapok száma **5**, a csúcsok száma **6**, az élek száma **9**.
- 2.** A hasábnak **9** lapja, **14** csúcsa és **21** éle van.
- 3.** A hasábnak **12** lapja, **24** csúcsa és **26** éle van.
- 4.** a) 7; b) 11; c) 10; d) 8.
- 5.** a) 10; b) 8; c) 8; d) 9.
- 6.** a) 0,237; b) 3400; c) 56; d) m^2 ; e) 280; f) mm^2 ; g) 57; h) cm^2 ; i) 8 000; j) dm^2 .
- 7.** a) 0,145; b) mm^3 ; c) $3,1 \text{ m}^3$; d) cm^3 ; e) 0,065; f) 0,246; g) 0,00000204; h) 1,2; i) 7530; j) 6,8.
- 8.** $A = 928 \text{ cm}^2$, $V = 1080 \text{ (cm}^3\text{)}$.
- 9.** A hasáb alapéle **4,5 dm**, oldaléle **13,5 dm** hosszú. A hasáb térfogata **273,375 dm³**.
- 10.** A téglatest élei **1,8 dm**, **2,7 dm**, **4,5 dm** hosszúak.
Az edény térfogata $21,87 \text{ dm}^3$. Ebbe az edénybe $21,87$ liter folyadék fér.
- 11.** A hasáb felszíne **312 dm²**, térfogata **216 dm³**.
- 12.** A hasáb felszíne **1219,68 cm²**, térfogata **2121cm³**.
- 13.** A hasáb felszíne **148 cm²**, térfogata **120 cm³**.
- 14.** Az edénybe **5,88** liter víz fér.
- 15.** A tartály térfogata **1256 dm³**, magassága **16 dm**, a tartály felszíne **659,4 dm²**.
- 16.** A henger felszíne **1507,2 dm²**, térfogata **3617,28 dm³**.
- 17.** A henger felszíne **1884 dm²**, térfogata **6280 dm³**.
- 18.** A két test felszínének aránya $A_1 : A_2 = 703,36 : 357,96$, térfogatának aránya $V_1 : V_2 = 16 : 6$.
- 19.** A hulladék térfogata **12 825 cm³**, ez a rönk térfogatának **36,3** százaléka.

A gúla

20. A gúlának **8** lapja, **8** csúcsa és **14** éle van.

21. A gúlának **11** lapja, **11** csúcsa és **20** éle van.

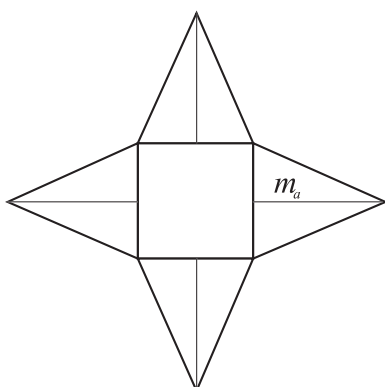
22. (15) (9) (4)

A gúla éleinek a száma **5-nél** nagyobb **páros** természetes szám lehet.

23. a) 10; b) 18; c) 9; d) 10.

24. a) 11; b) 15; c) 12; d) 8.

25.



- a) A gúla felszíne **96 cm²**, térfogata **48 cm³**.
- b) A gúla felszíne **12,96 dm²**, térfogata **1,728 dm³**.
- c) A gúla felszíne **842,56 cm²**, térfogata **1408 cm³**.

26. A gúla felszíne **110,4 cm²**.

27. A test felszíne **724 cm²**, térfogata **1333 cm³**.

28. A test felszíne **194,88 cm²**, térfogata **188,16 cm³**.

Az egyenes körkúp

29. a) A kúp felszíne **263,76 cm²**. b) A kúp felszíne **45,7184 dm²**.

30. a) A kúp felszíne **130,624 cm²**. b) A kúp térfogata **246 dm³**.

31. A kúp felszíne **565,2 cm²**, térfogata **401,92 cm³**.

TÉRGEOMETRIA

32. a) $A = 1808,64 \text{ cm}^2$, $V = 3215,36 \text{ cm}^3$; b) $A = 1205,76 \text{ cm}^2$, $V = 2411,52 \text{ cm}^3$.

33. A két kúp térfogatának aránya **2 : 3**.

34. A két kúp térfogatának aránya $V_1 : V_2 = 4 : 9$.

35. A keletkezett test felszíne **149,464 cm²**, térfogata **128,25 cm³**.

36. A keletkezett test felszíne **282,6 mm²**, térfogata **314 mm³**.

37. $A = 301,44 \text{ cm}^2$, $V = 301,44 \text{ cm}^3$, a keletkezett hulladék térfogata **602,88 cm³**.

38. A keletkezett test felszíne **18 517,5 cm²**, térfogata **157 293 cm³**.

39. a) A test felszíne **244,92 cm²**, térfogata **292,02 cm³**.

b) A test felszíne **320,28 cm²**, térfogata **329,7 cm³**.

40. A henger palástja: **30,14 m²**

A kúp palástja: **34,38 m²**

A nemez területe: **64,6 m²**

41. Legkevesebb 15 lépéssel lehet átrakni a tornyot.

1.	5 Ft-ot a 2. körbe
2.	10 Ft-ot a 3. körbe
3.	5 Ft-ot a 3. körbe
4.	20 Ft-ot a 2. körbe
5.	5 Ft-ot az 1. körbe
6.	10 Ft-ot a 2. körbe
7.	5 Ft-ot a 2. körbe
8.	50 Ft-ot a 3. körbe
9.	5 Ft-ot a 3. körbe
10.	10 Ft-ot az 1. körbe
11.	5 Ft-ot az 1. körbe
12.	20 Ft-ot a 3. körbe
13.	5 Ft-ot a 2. körbe
14.	10 Ft-ot a 3. körbe
15.	5 Ft-ot a 3. körbe

A gömb

42. $V = 14,13 \text{ dm}^3$

43. $A = 452,16 \text{ m}^2$; $V = 904,32 \text{ m}^3$

44. $A = 32,15 \text{ m}^2$; $V = 17,14 \text{ m}^3$

45. $\Delta h = 0,734 \text{ cm}$

46. $A_g = 200,96 \text{ m}^2$; $V_g = 267,94 \text{ m}^3$; $V_f = 244,06 \text{ m}^3$

47. $N = 8$

Felvétélre készülünk

1. feladatsor

1. $x = 8$, $y = 10$, $z = 0,2$, $w = 9$.
2. 26,25, 19,5, 15, 12, 10, $7\frac{1}{3}$.
3. a) 0,0544; b) 2500; c) 7; d) 0,44; e) 1 750.
4. a) Paliék 2 400 forintot fizettek.
b) A eset = B eset.
c) A esetben: 17,8 Ft, B esetben: 14 Ft.
5. a) Lekváros; b) 1 000 db; c) 20%; d) 72° ; e) ≈ 167 db.
6. a) A boltba 1 600 kötet érkezett.
b) Az első nap 576 kötetet adtak el.
c) A második nap az eredeti készlet 24 százaléka fogyott el.
d) A negyedik napra a készlet $\frac{1}{5}$ része maradt meg.
7. a) 8-féle háromszög készíthető.
b) 8-féle egyenlő szárú háromszög készíthető.
c) Az egyenlő szárú háromszög készítésének nagyobb a valószínűsége.
d) Annak, hogy a készített háromszög különböző oldalú, a valószínűsége 0.
8. a) Lehet, hogy igaz;
b) lehetetlen;
c) biztosan igaz;
d) lehet, hogy igaz;
e) biztosan igaz.
9. a) A háromszög oldalainak hossza $a = 12$ cm, $b = 10$ cm.
b) Az alaphoz tartozó magasság 8 centiméter.
c) A háromszög területe 48 cm².
10. $V = 88$ cm³, $A = 152$ cm².

5 lapja piros: 2,
4 lapja piros: 3,
3 lapja piros: 4,
2 lapja piros: 2.

2. feladatsor

1. $A = 155,$ $B = 156,$ $C = 90.$

Növekvő sorrend: $90 < 155 < 156.$ $C < A < B.$

2. 1. I, 2. H, 3. I, 4. I, 5. I.

3. Tóni apukája **974 800** forint adót fizetett.

4. $1 + 1,$ $1 + 2,$ $1 + 3,$ $1 + 4,$ $1 + 5,$ $1 + 6,$
 $2 + 2,$ $2 + 3,$ $2 + 4,$ $2 + 5,$ $2 + 6,$
 $3 + 3,$ $3 + 4,$ $3 + 5,$ $3 + 6,$
 $4 + 4,$ $4 + 5,$ $4 + 6,$
 $5 + 5,$ $5 + 6,$
 $6 + 6.$

Kata: $1 + 3, 2 + 2;$

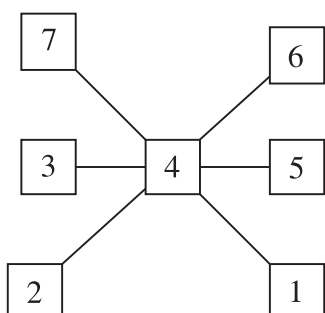
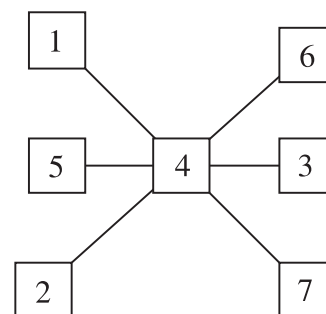
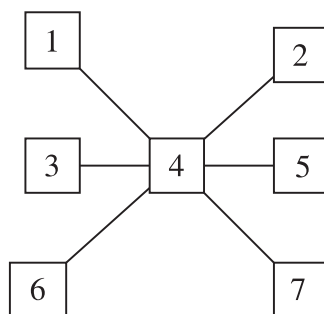
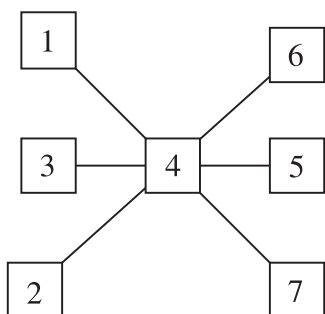
Laci: $1 + 6, 2 + 5, 3 + 4;$

Juli: $3 + 6, 4 + 5$ dobások esetén győz.

Lacinak van legnagyobb esélye a győzelemre.

Katának van a legnehezebb dolga az utolsó dobáskor.

5.



- 6.** a) 1970 és 1980 között volt a legnagyobb változás.
 b) A lakóinak száma kb. 8%-kal csökkent.
 c) Átlagosan 3 107 lakója volt a településnek.
- 7.** $\alpha = 30^\circ$.
- 8.** a) Az ötödik nap **22** percig tornázott Ede.
 b) A napi maximális edzésidő **40** perc.
 c) Az egy hónap során **1035** percet, azaz **17,25** órát edzett.
- 9.** a) Az üzlet **137,5** kg barackot kapott.
 b) Az első nap **92,5** kg, a második nap **27** kg barack volt az eladott mennyiség.
 c) A barack eredeti ára **280** Ft/kg.
 d) A barack eladásából az üzlet bevétele **37 240** forint volt.
- 10.** a) A kocka éle **14** centiméter.
 b) $A_{\text{kocka}} : A_{\text{téglatest}} = 1176 : 2260 = 294 : 565$
 c) A kisebb téglatest élei 6 cm, 14 cm hosszúak.
 A nagyobb téglatest élei 11 cm, 14 cm, 20 cm hosszúak.
 d) $V_{\text{kocka}} = 2\,744 \text{ cm}^3$, $V_{\text{kisebb téglatest}} = 1\,176 \text{ cm}^3$.
 A két térfogat közötti eltérés $1\,568 \text{ cm}^3$.

3. feladatsor

- 1.** a) $A = 20$; b) $B = -\frac{13}{20}$; c) $C = -\frac{27}{125}$; d) $D = 4386$
- 2.** a) 50; b) 700; c) 110; d) 1400, 3500
- 3.** 16-féleképpen ülhetnek le az asztalhoz.
- 4.** $ACB\angle = 70^\circ$; $CAB\angle = 68^\circ$; $DAC\angle = 124^\circ$; $CBA\angle = 42^\circ$
- 5.** 30 tanuló van az osztályban.
- 6.** Dóri piros, Nóri zöld és Bori kék bikinit vásárolt.
- 7.** a) 1 h; b) 1 h; c) $7 \frac{\text{km}}{\text{h}}$; d) 2 km; e) 1. órában; f) 7 óra, 24 km
- 8.** a) 16 nap; b) 36 nap; c) $\frac{36}{82} = \frac{18}{41}$
- 9.** a) 40 perces; b) 2-szer annyi ideig tartott
- 10.** a) 8; b) 28; c) 32; d) 12

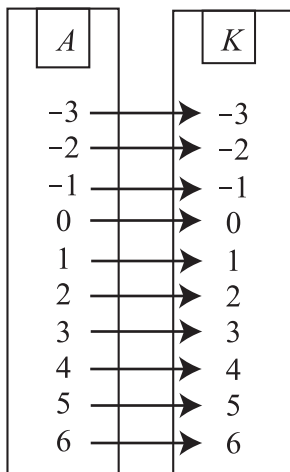
4. feladatsor

1. a) $A = -\frac{3}{2}$; b) $B = 1$; c) $C = \frac{3}{5}$; d) $D = -\frac{7}{5}$
2. a) Igen. b) 8-féleképpen.
3. a) 29; b) 0,44; c) 2950; d) 0,205
4. a) 2016, 2106, 6012, 6102, 3014, 3104, 4013, 4103; b) 3 : 1
5. $\angle BAD = 70^\circ$; $\angle ADB = 55^\circ$; $\angle DGC = 15^\circ$; $\angle DBE = 140^\circ$
6. 200 km hosszú utat tettek meg.
7. Anya 39 éves, Apa 44 éves, Anikó 14 éves, Kitti 10 éves, Dóri 5 éves.
8. a) 25 fő; b) 7 fő; c) b osztály; d) 7 : 4; e) 8 : 7
9. 200 kg
10. a) 120 cm^3 ; b) 44 db; c) 192 cm^2 ; d) 12 db

Függvények

Hozzárendelések

1. I) Nyíldiagrammal:

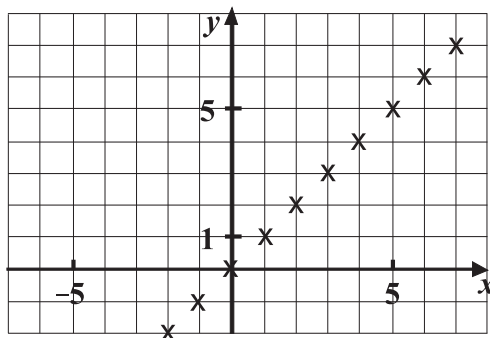


II) Táblázattal:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6

III) Szabállyal: $x \mapsto x$

IV) Grafikonnal:

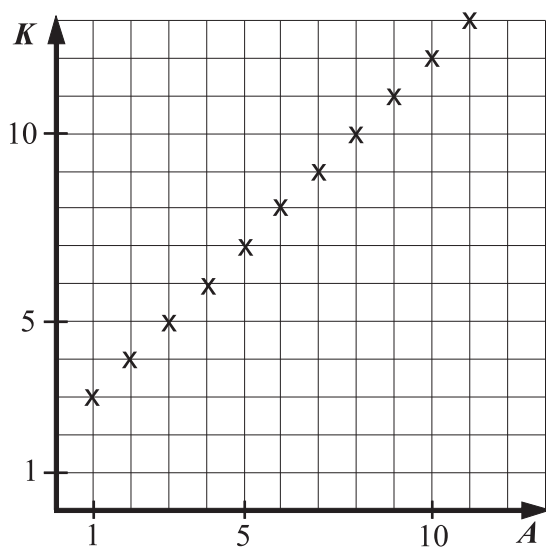


V) Egyenlettel: $x = y$

2.

Az A elemei	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
A K elemei	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

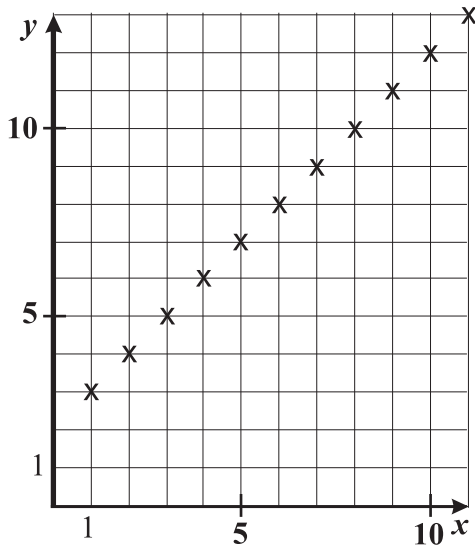
Szabály: $x \mapsto x + 2$



FÜGGVÉNYEK

3.

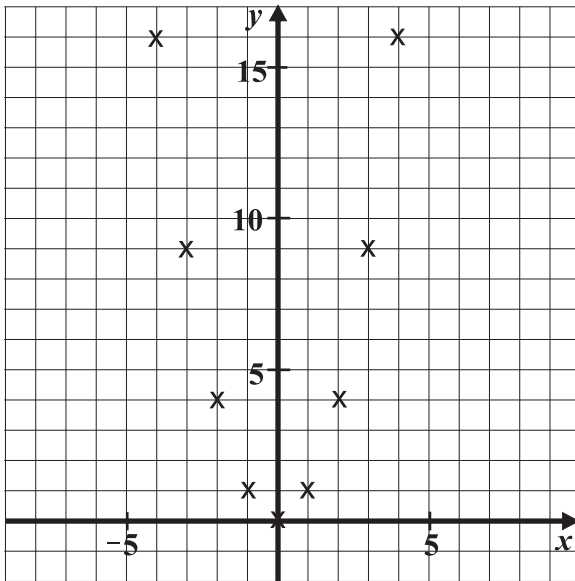
A elemei (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
K elemei ($y = x + 2$)	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13



4.

A elemei (x)	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
K elemei (y)	36	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25	36

Szabály: $x \mapsto x^2$



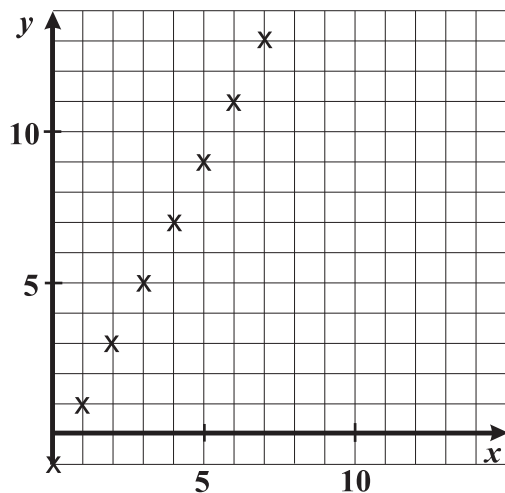
5. a) Ez a hozzárendelés **függvény**, mert **minden számhoz egy számot rendelünk.**
 b) Ez a hozzárendelés **függvény**, mert **minden sokszögnek egyetlen kerülete van.**
 c) Ez a hozzárendelés **nem függvény**, mert **lehet valakinek több testvére is.**
 d) Ez a hozzárendelés **nem függvény**, mert **egy számhoz több számot rendelünk.**

FÜGGVÉNYEK

e) Ez a hozzárendelés **függvény**, mert **egy természetes számhoz egy természetes számot rendelünk.**

f) Ez a hozzárendelés **függvény**, mert **egy ponthoz egyetlen pontot rendelünk.**

6. Szabály: $x \mapsto 2x - 1$



7. a) $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$, $x \mapsto |x|, y = |x|$, $g(x) = |x|$;

b) $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $x \mapsto \frac{1}{3}x$, $y = \frac{1}{3}x$, $f(x) = \frac{1}{3}x$;

c) $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $x \mapsto x + 2$, $y = x + 2$, $f(x) = x + 2$;

d) $\mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$, $x \mapsto -x$, $y = -x$, $f(x) = -x$;

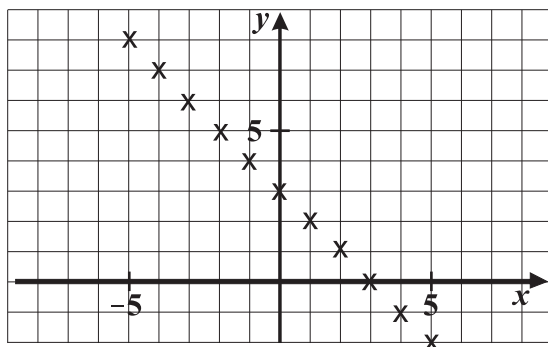
e) $\mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$, $x \mapsto x^2 - 2$, $y = x^2 - 2$, $f(x) = x^2 - 2$;

f) $\mathbb{Q}_0^+ \rightarrow \mathbb{Q}$, $x \mapsto \sqrt{x}$, $y = \sqrt{x}$, $f(x) = \sqrt{x}$;

g) $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $x \mapsto -2|x|$, $y = -2|x|$, $f(x) = -2|x|$.

8.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$g(x)$	8	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2



FÜGGVÉNYEK

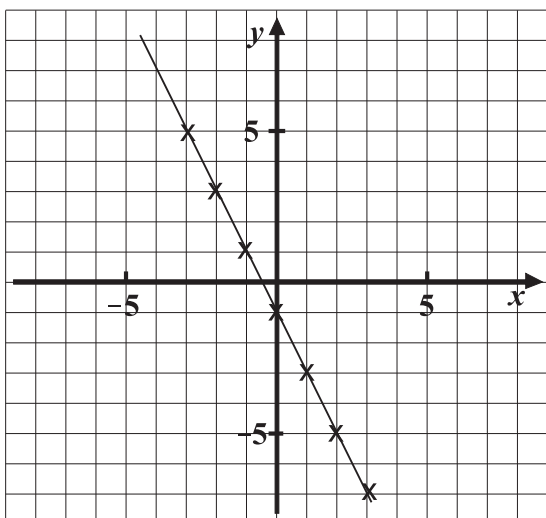
9.

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
$f(x)$	0	1	2	3	4	5	6

 $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$

10.

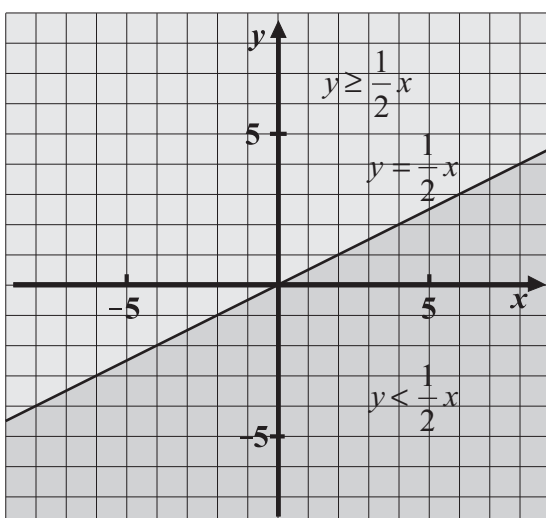
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$g(x)$	5	3	1	-1	-3	-5	-7

 $g(x) = -2x - 1, y = -2x - 1.$


11. a) $y = \frac{x}{2}, \quad a(x) = \frac{1}{2}x;$

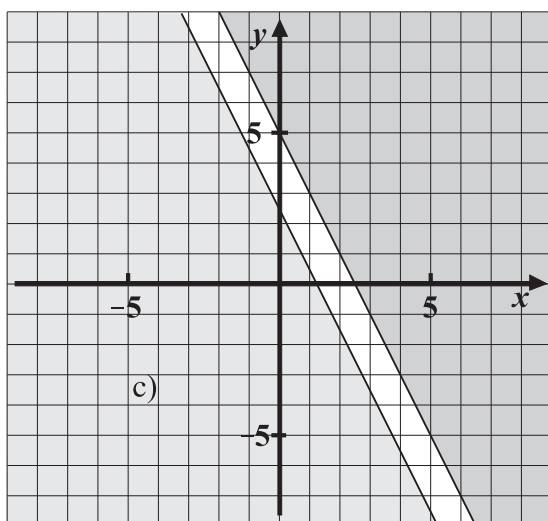
b) $y \geq \frac{1}{2}x, \quad b(x) \geq \frac{1}{2}x;$

c) $y < \frac{1}{2}x, \quad c(x) < \frac{1}{2}x.$



FÜGGVÉNYEK

12. a) $y(x) < -2x + 5$; b) $y(x) < -2x + \frac{5}{2}$; c) $y(x) > -2x + 5$.

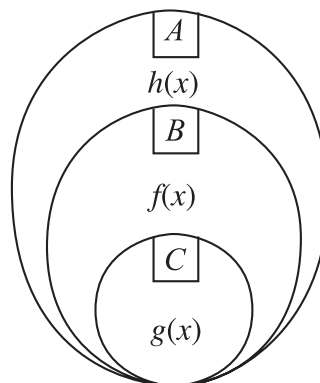
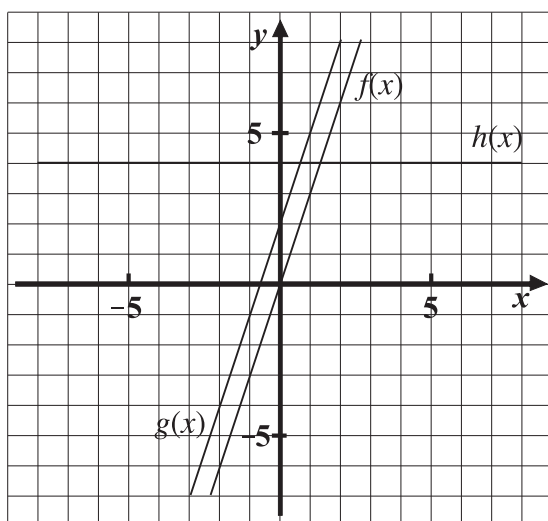


13.

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-4	-1	2	5	8

x	-2	-1	0	1	2
$g(x)$	-6	-3	0	3	6

x	-2	-1	0	1	2
$h(x)$	4	4	4	4	4



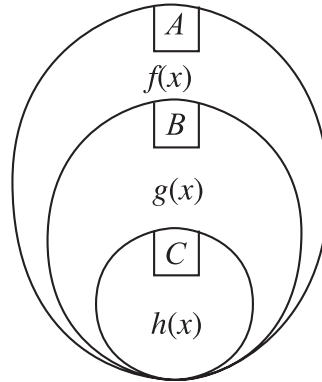
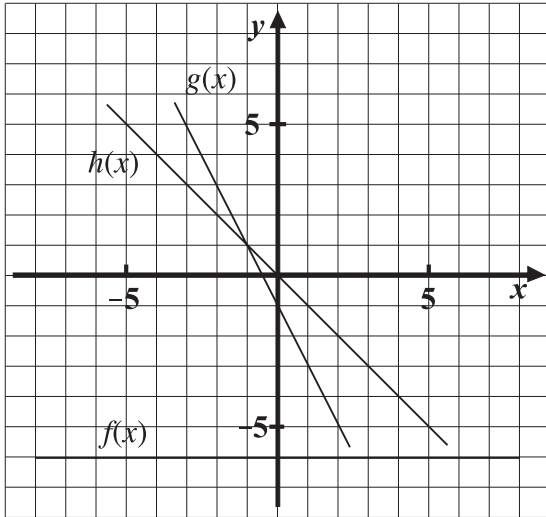
14.

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-6	-6	-6	-6	-6

x	-2	-1	0	1	2
$g(x)$	3	1	-1	-3	-5

x	-2	-1	0	1	2
$h(x)$	2	1	0	-1	-2

FÜGGVÉNYEK

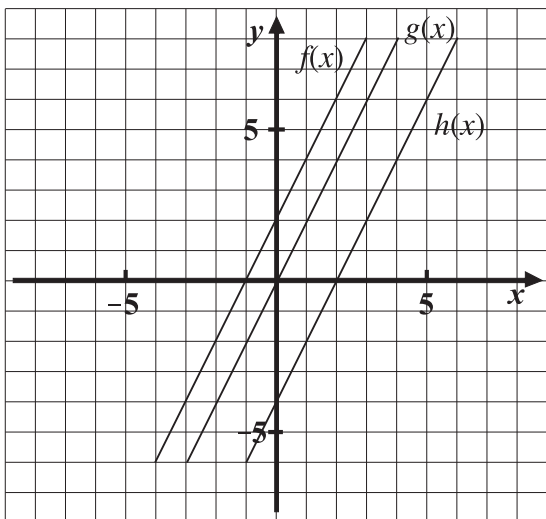


15.

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	0	2	4	6

x	-2	-1	0	1	2
$g(x)$	-4	-2	0	2	4

x	-2	-1	0	1	2
$h(x)$	-8	-6	-4	2	0



A három grafikon egymással párhuzamos.

Megegyeznek az együtthatóikban, különböznek a konstansokban.

16. $m_f = 3$, $m_g = \frac{4}{3}$, $m_h = -4$, $m_i = -6$, $m_k = \frac{6}{2} = 3$, $m_l = \frac{4}{3}$.

$f(x)$ grafikonja \parallel a $k(x)$ grafikonjával,
 $g(x)$ grafikonja \parallel a $l(x)$ grafikonjával.

17. $a_1(x) = 4x$,

$a_2(x) = 4x + 5$,

$a_3(x) = 4x + 1$,

$b_1(x) = -3x$,

$b_2(x) = -3x + 7$,

$b_3(x) = -3x - 2$,

$c_1(x) = -\frac{4}{3}x$,

$c_2(x) = -\frac{4}{3}x - \frac{7}{3}$,

$c_3(x) = -\frac{3}{4}x + 3$.

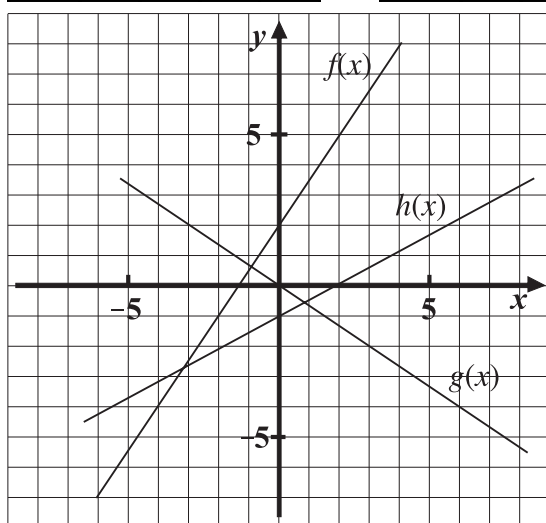
FÜGGVÉNYEK

18.

x	-2	-1	0	1
$f(x)$	-1	$\frac{1}{2}$	2	$3\frac{1}{2}$

x	-1	0	1	2
$g(x)$	$\frac{2}{3}$	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{4}{3}$

x	-1	0	1	2
$h(x)$	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0



A $g(x)$ és $h(x)$ függvények grafikonjai egymást **metszik**.

A $g(x)$ és $f(x)$ függvények grafikonjai egymásra **merőlegesek**.

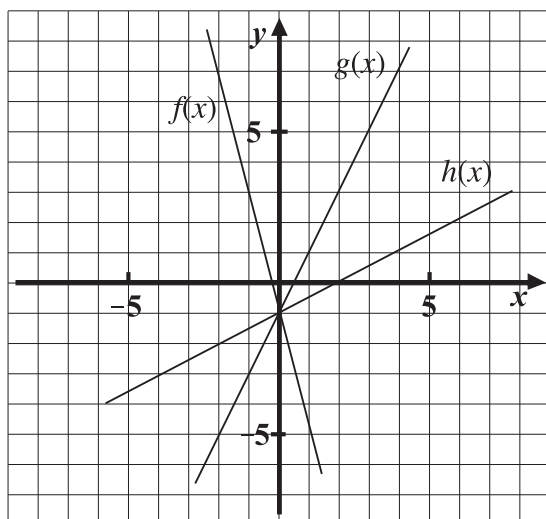
A $h(x)$ és $g(x)$ függvények grafikonjai egymást **metszik**.

19.

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	7	3	-1	-5	-9

x	-2	-1	0	1	2
$g(x)$	-5	-3	-1	1	3

x	-2	-1	0	1	2
$h(x)$	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0



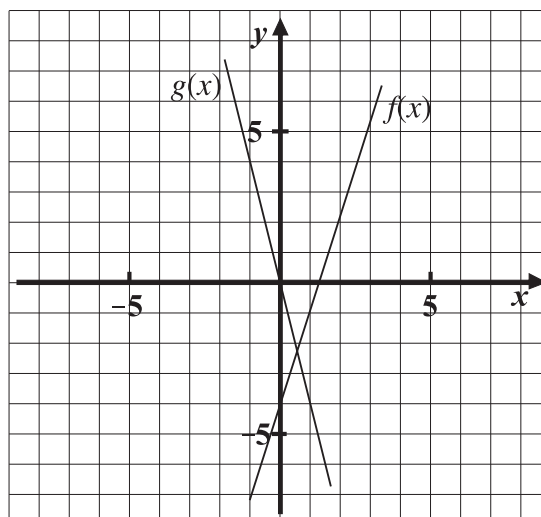
A három grafikon az y tengelyt a **-1 pontban metszi**.

A $h(x)$ függvény grafikonja zár be nagyobb szöget az x tengellyel.
A $g(x)$ függvénynek nagyobb a meredeksége.

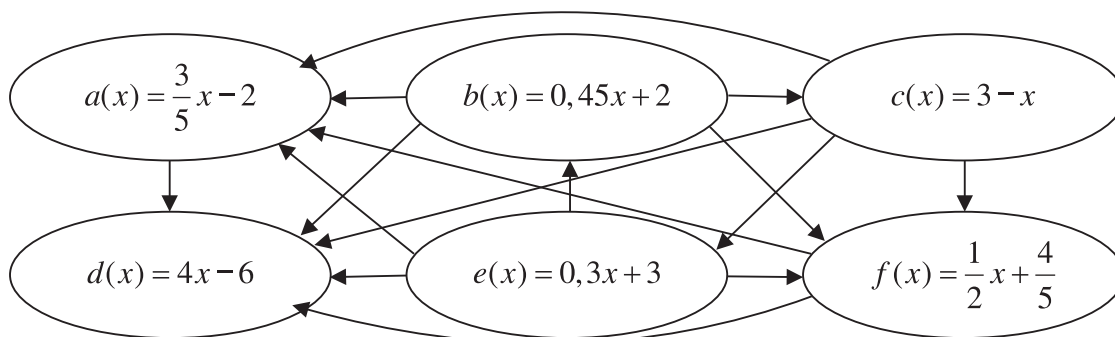
FÜGGVÉNYEK

20. $P_f(0; -4)$ $Q_f(1; -1)$,

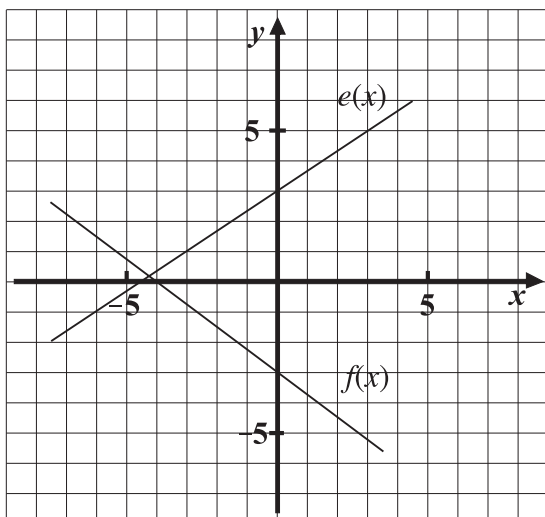
$P_g(0; 0)$ $Q_g(1; -4)$.



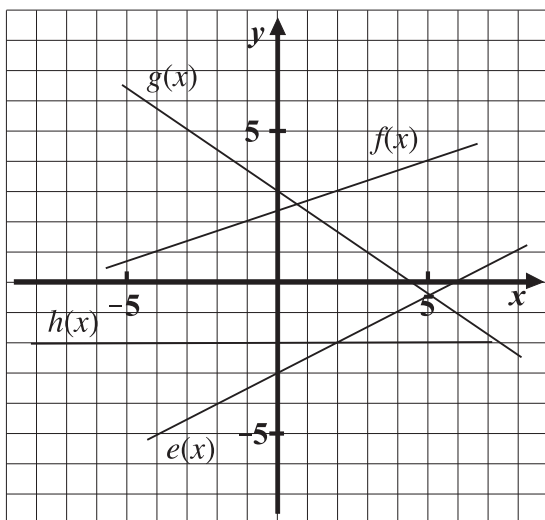
21.



22. $P_e(0; 3)$, $Q_e(1; 3\frac{2}{3})$, $P_f(0; -3)$, $Q_f(1; -3\frac{3}{4})$.

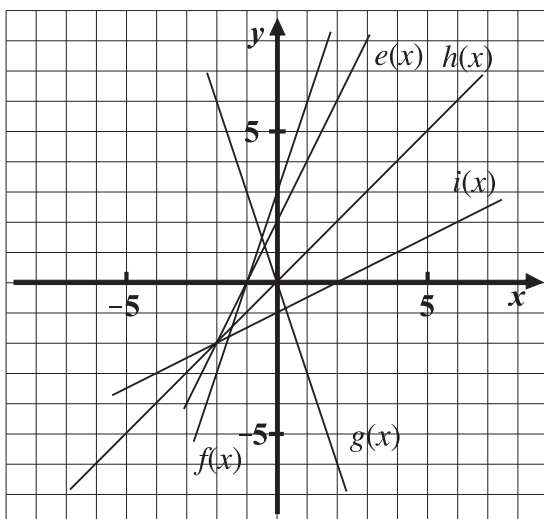


23. a) $e(x) = \frac{1}{2}x - 3$; b) $f(x) = \frac{1}{3}x + 2\frac{1}{3}$; c) $g(x) = -\frac{2}{3}x + 3$; d) $h(x) = -2$.



24. $a(x) = x + 5$, $b(x) = -2x - 2$, $c(x) = -3$, $d(x) = \frac{1}{3}x$, $e(x) = -\frac{3}{2}x - 3,5$, $f(x) = \frac{2}{5}x + 3$,
 $g(x) = \frac{4}{3}x$, $h(x) = 2$.

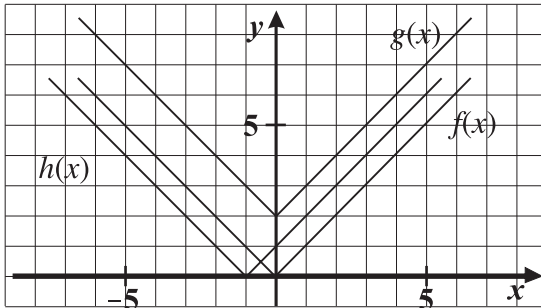
25. $e(x) = 2x + 2$, $f(x) = 3x + 3$, $g(x) = -3x$, $h(x) = x$, $i(x) = \frac{1}{2}x - 1$.



FÜGGVÉNYEK

26.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5
$g(x)$	7	6	5	4	3	2	3	4	5	6	7
$h(x)$	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6



A $g(x)$ -et megkaphatjuk, ha az $f(x)$ -et eltoljuk az y tengely mentén 2 egységgel fölfelé.

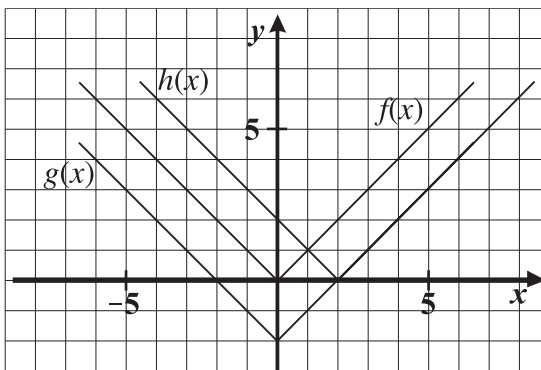
A $h(x)$ -et megkaphatjuk, ha az $f(x)$ -et eltoljuk az x tengely mentén 1 egységgel balra.

$g(x)$: a függvényértéket növelem 2-vel.

$h(x)$: a változót növelem 1-gyel.

27.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5
$g(x)$	3	2	1	0	-1	-2	-1	0	1	2	3
$h(x)$	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3



A $g(x)$ -et megkaphatjuk, ha az $f(x)$ -et eltoljuk az y tengely mentén 2 egységgel lefelé.

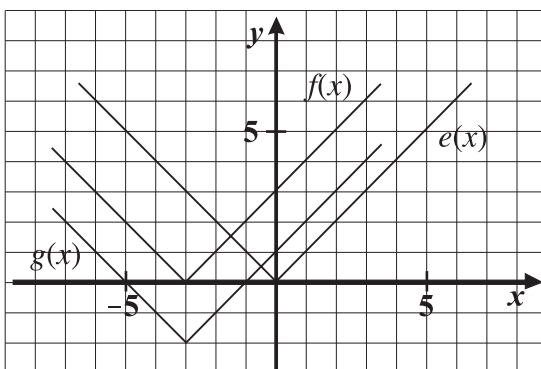
A $h(x)$ -et megkaphatjuk, ha az $f(x)$ -et eltoljuk az x tengely mentén 2 egységgel jobbra.

$g(x)$: a függvényértéket csökkentem 2-vel.

$h(x)$: a változót csökkentem 2-vel.

28.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$e(x)$	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$g(x)$	0	-1	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6



$e(x)$ minimumhely: $x = 0$,

minimumérték: $y = 0$,

$f(x)$ minimumhely: $x = -3$,

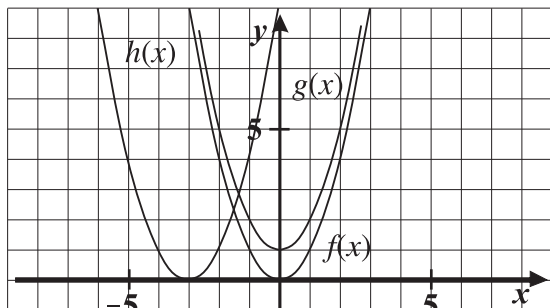
minimumérték: $y = 0$,

$g(x)$ minimumhely: $x = -3$,

minimumérték: $y = -2$.

29.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	9	4	1	0	1	4	9
$g(x)$	10	5	2	1	2	5	10
$h(x)$	0	1	4	9	16	25	36

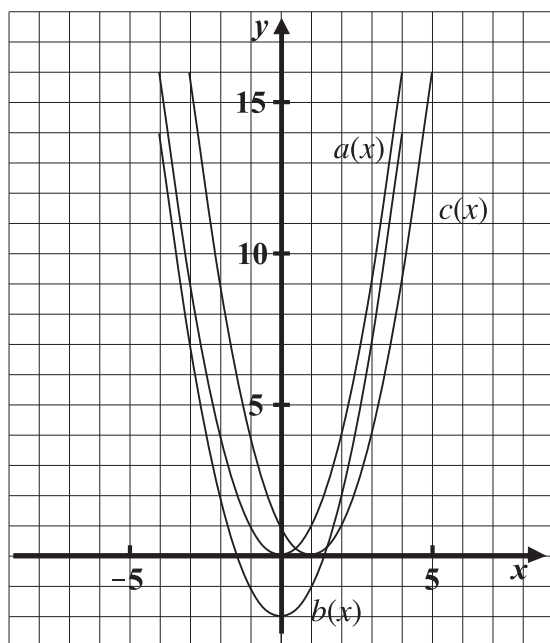


Az $f(x)$ grafikonjából a $g(x)$ grafikonját megkaphatjuk, ha az $f(x)$ grafikont eltoljuk az y tengely mentén 1 egységgel fölfelé.

Az $f(x)$ grafikonjából a $h(x)$ grafikonját megkaphatjuk, ha az $f(x)$ grafikont eltoljuk az x tengely mentén 3 egységgel balra.

30.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$a(x)$	9	4	1	0	1	4	9
$b(x)$	7	2	-1	-2	-1	2	7
$c(x)$	16	9	4	1	0	1	4



$a(x)$ grafikonjából $b(x)$ grafikonját megkaphatjuk, ha $a(x)$ grafikont eltoljuk az y tengely mentén 2 egységgel lefelé.

$a(x)$ grafikonjából $c(x)$ grafikonját megkaphatjuk, ha $a(x)$ grafikont eltoljuk az x tengely mentén 1 egységgel jobbra.

31.

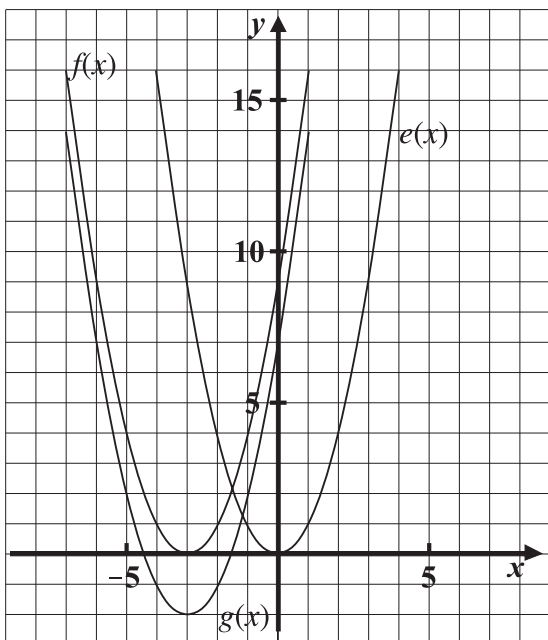
x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$e(x)$	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25
$f(x)$	4	1	0	1	4	9	16	25	36	49	64
$g(x)$	2	-1	-2	-1	2	7	14	23	34	47	62

$$e(x) = x^2,$$

$$f(x) = (x+3)^2,$$

$$g(x) = (x+3)^2 - 2.$$

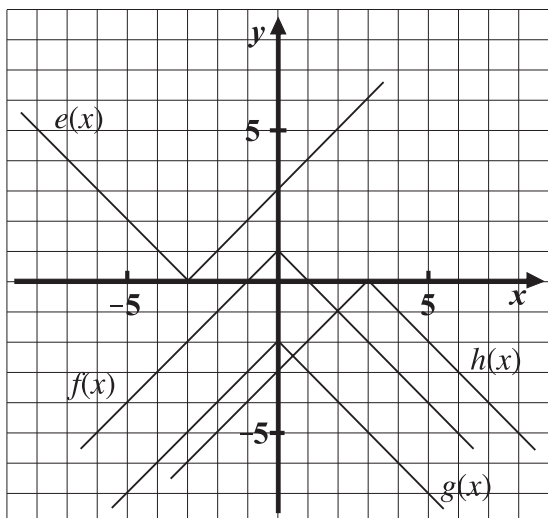
FÜGGVÉNYEK



$e(x)$ minimumhely: $x = 0$,
 minimumérték: $y = 0$,
 $f(x)$ minimumhely: $x = -3$,
 minimumérték: $y = 0$,
 $g(x)$ minimumhely: $x = -3$,
 minimumérték: $y = -2$.

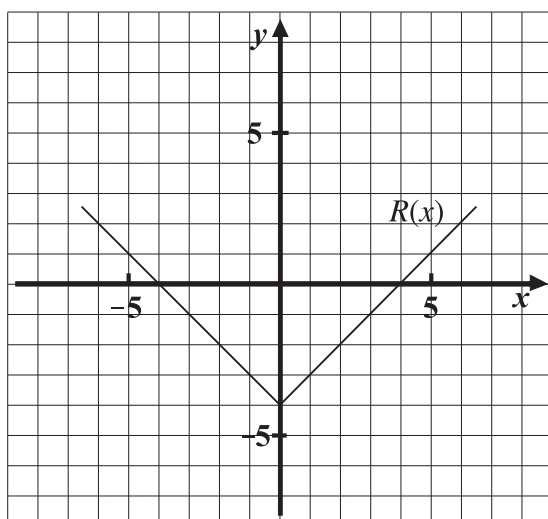
32.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$e(x)$	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	-1	-2	-3	-4
$g(x)$	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-3	-4	-5	-6	-7
$h(x)$	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	-1	-2



$e(x)$: minimumhely: $x = -3$,
 minimumérték: $y = 0$,
 $f(x)$: maximumhely: $x = 0$,
 maximumérték: $y = 1$,
 $g(x)$: maximumhely: $x = 0$,
 maximumérték: $y = 2$,
 $h(x)$: maximumhely: $x = 3$,
 maximumérték: $y = 0$.

33.



Értelmezési tartomány: \mathbb{R} .

Értékkészlet: $y \in [-4; \infty[; \mathbb{R}$.

Minimumhely: $x = 0$.

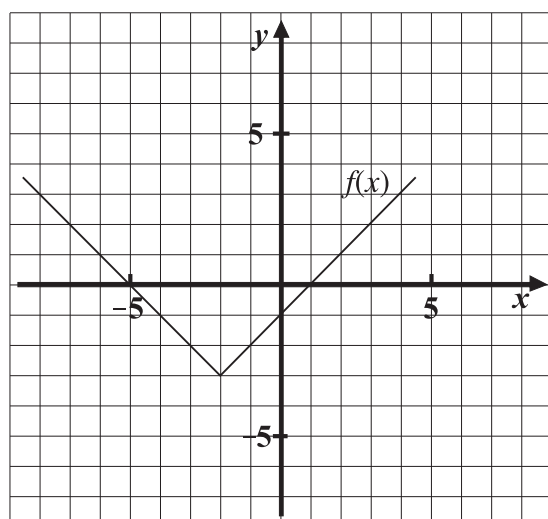
Minimumérték: $y = -4$.

Menete: csökkenő, $x \in]-\infty; 0]$,

növekvő, $x \in [0; \infty[$.

Az $f(x)$ függvény grafikonja az $x = -4$; 4 pontban metszi az x tengelyt.

34.



Értelmezési tartomány: \mathbb{R} .

Értékkészlet: $y \geq -3$.

Minimumhely: $x = -2$.

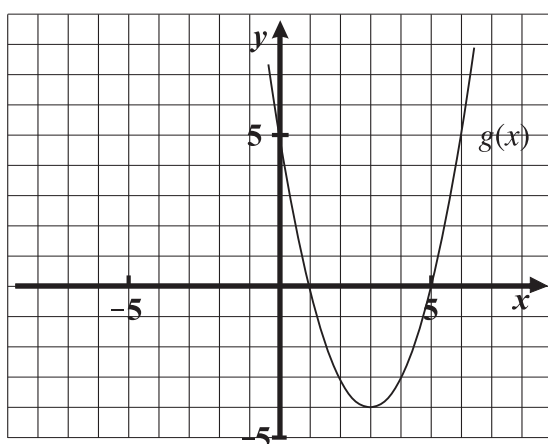
Minimumérték: $y = -3$.

Menete: csökkenő, $] -\infty; -2]$,

növekvő, $[-2; \infty[$.

Zérushely(ek): $x = -5; 1$.

35.



Értelmezési tartomány: \mathbb{R} .

Értékkészlet: $y \geq -4$.

Minimumhely: $x = 3$.

Minimumérték: $y = -4$.

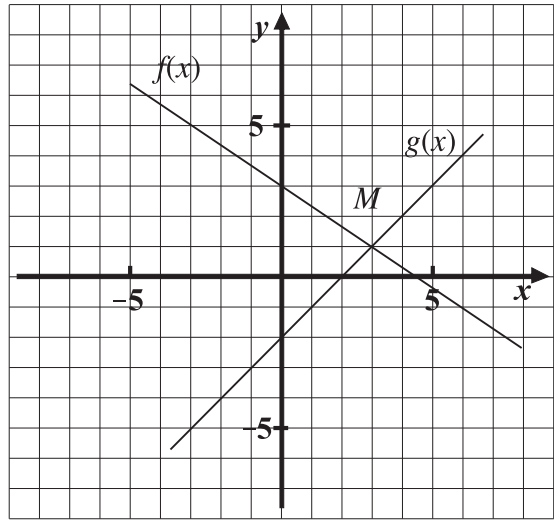
Menete: csökkenő, $] -\infty; 3]$,

növekvő, $[3; \infty[$.

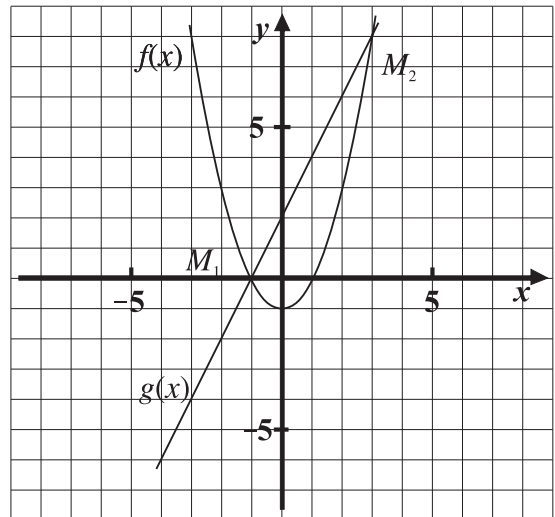
Zérushely(ek): $x = 1; 5$.

Egyenletek grafikus megoldása

36. $x = 3, y = 1, M(3;1)$

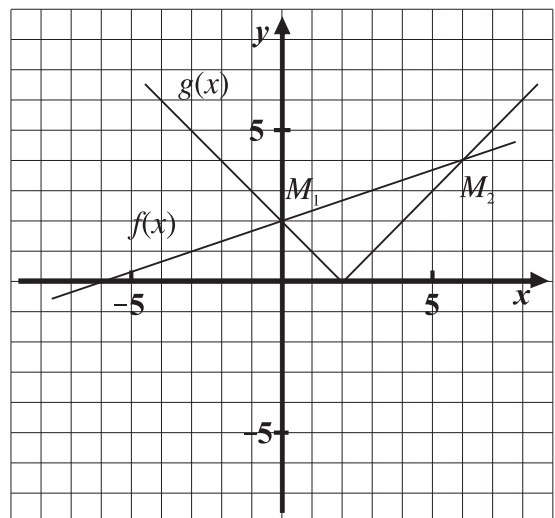


37. Megoldások: $M_1(-1; 0); M_2(3; 8)$.

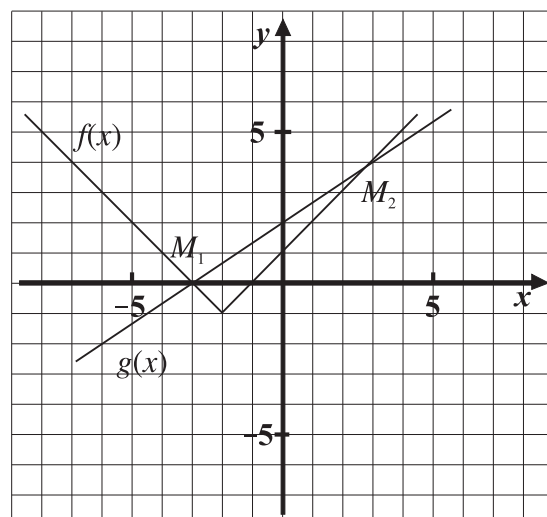


38. $f(x) = \frac{1}{3}x + 2, g(x) = |x - 2|$.

Megoldások: $M_1(0; 2); M_2(6; 4)$.

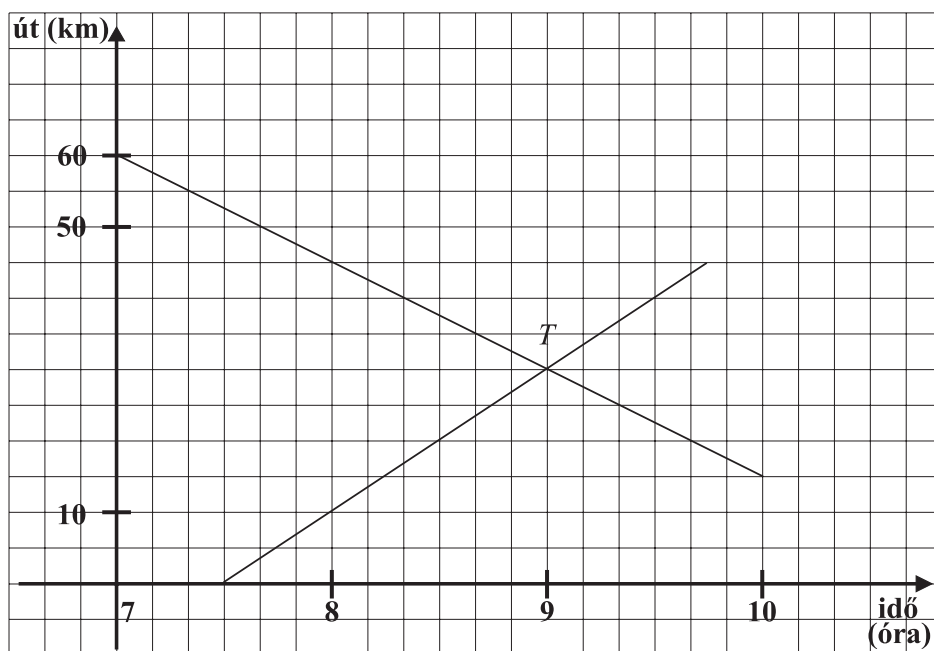


39. Megoldások: $M_1(-3; 0)$; $M_2(3; 4)$.

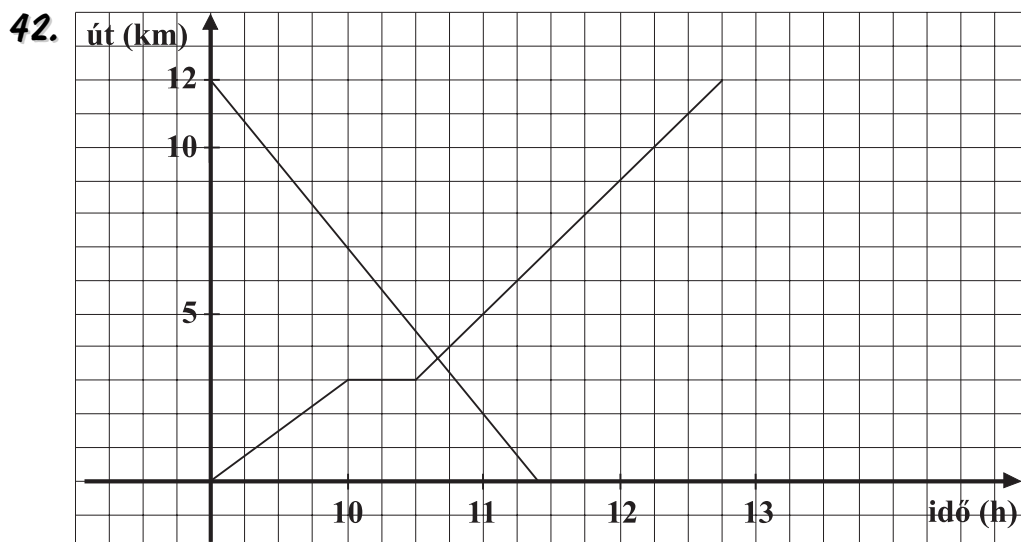


Szöveges feladatok megoldása grafikusán

40. A két kerékpáros 9 órakor találkozott az A településtől 30 kilométer távolságra.



41. Az első órában 4 km-t tettek meg; pihentek, játszottak 2 órát; hazaindultak 14 órakor; hazaértek 17 órakor; a túra 22 km hosszú volt; összesen 9 órán át túráztak.



A két társaság $\approx 10,6$ órakor találkozott.

43. 8 órakor indultak.

A *B* jármű tartott pihenőt.

A *B* járműnek volt nagyobb az átlagsebessége.

10 óra 7,5 perckor találkoztak.

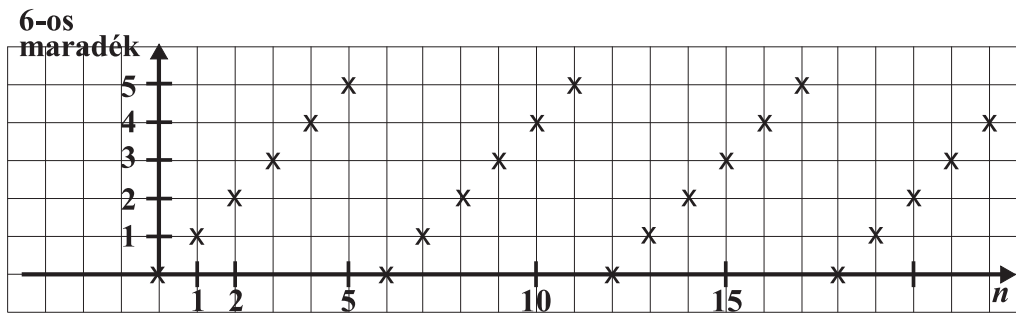
Az *A* jármű 127,5 km, a *B* jármű 112,5 km utat tett meg a találkozásig.

Az *A*-nak 4 óra; *B*-nek 3,5 óra volt az útja.

Sorozatok

1. a) 11, 14, 17, ... ;
 b) 3, -3, 3, ... ;
 c) 11, 15, 20, ... ;
 d) 12, 15, 18,

2. A kapott sorozat: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 0, 1, 2, ...



3. a) $a_1 = -1$, $a_2 = 13$, $a_3 = -5$, $a_4 = -7$;

b) $b_1 = 3$, $b_2 = 6$, $b_3 = 11$, $b_4 = 18$;

c) $c_1 = 0$, $c_2 = 1$, $c_3 = 3$, $c_4 = 6$;

d) $d_1 = 4$, $d_2 = 3\frac{1}{2}$, $d_3 = 3\frac{1}{3}$, $d_4 = 3\frac{1}{4}$.

4. a) $a_n = a_1 + (n-1) \cdot 5$; b) $b_n = b_1 \cdot (-3)^{n-1}$; c) $c_n = c_1 + (n-1) \cdot 3$; d) $d_n = d_1 + (n-1) \cdot (-3)$.

Számtani sorozatok: a), c), d).

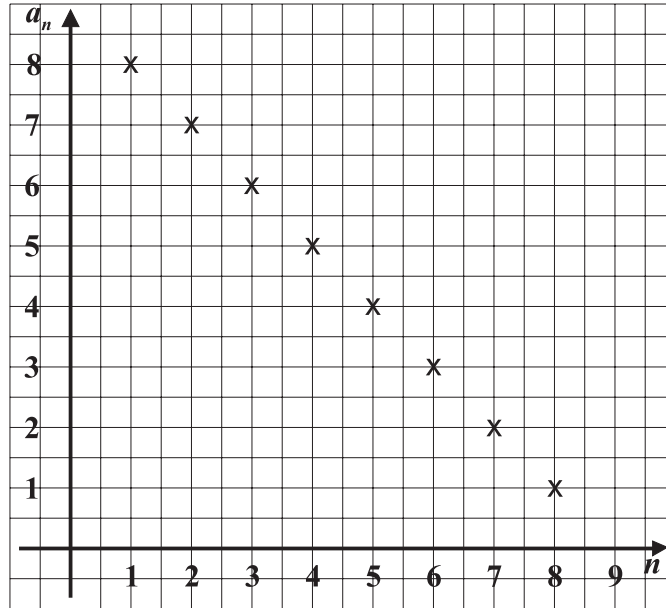
5. $a_{20} = 112$, $S_{20} = 1\ 100$.

6. Mindenkit le tudtak ültetni. Az utolsó sorba **42** szék került.

7. $a_{34} = 504$, $S_{34} = 9\ 843$.

8. $a_{20} = 1571,1$, $S_{20} = 15\ 652$.

9. $a_1 = 8,$
 $a_2 = 7,$
 $a_3 = 6,$
 $a_4 = 5,$
 $a_5 = 4,$
 $a_6 = 3,$
 $a_7 = 2,$
 $a_8 = 1,$
 $a_9 = 0,$
 $a_9 - a_3 = 6d,$
 $0 - 6 = 6d \rightarrow d = -1.$



10. A keresett összeg **816**.

11. a) 108,5 kg; b) 80 kg; c) 63 kg.

Elemérnek ezek alapján a **c)** fogyókúra receptet ajánlom.

12. Az 1. év végére **660 000 Ft**-ja, a 2. év végére **726 000 Ft**-ja,
 a 3. év végére **798 600 Ft**-ja, a 4. év végére **878 460 Ft**-ja lesz.
 Minden hányados azonos, **1,1** értékű.

13. Az első év végén **112 000 Ft** volt az értéke.
 A második év végére **89 600 Ft** volt az értéke.
 Most **71 680 Ft** az értéke.
 Minden hányados azonos, **0,8** értékű.

14. $a_7 = \frac{1}{243}.$

15. $a_1 = 2, a_2 = 6, a_3 = 18, a_4 = 54, a_5 = 162, a_6 = 486.$ Összegük: 728.

16. Számtani sorozat lehet: c), f), e).
 Mértani sorozat lehet: a), d).

a) $\frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64} \dots;$ b) 5, 4, 8 ...; c) $1, \frac{3}{4}, \frac{6}{4} \dots;$ d) $\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3} \dots.$

17. a) $a_1 = \frac{2}{9};$ b) $a_1 = \frac{3}{32};$ c) $a_1 = 384;$ d) $a_1 = 1.$

18. $a_4 = 9\sqrt{2}$, illetve $a_4 = -9\sqrt{2}$.

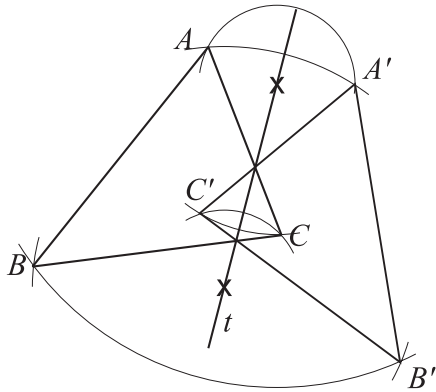
19. a) nem eleme; b) nem eleme.

20. Húsz év múlva a település lakóinak a száma **112 123** lesz.
A település lakóinak a száma **24** év múlva lesz kevesebb 100 000-nél.

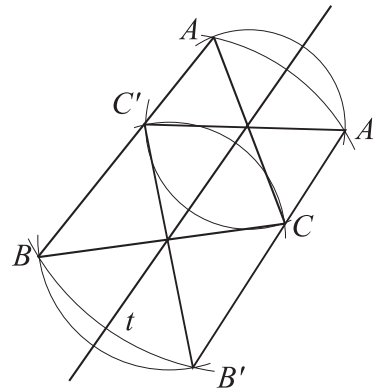
Geometriai transzformáció, hasonlóság

1. H, I, I, I, H, I.

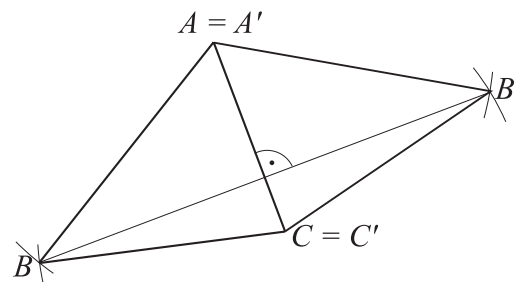
2. a)



b)

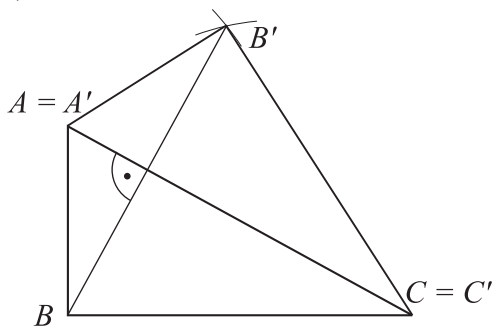


3. a) deltoid



b) I, H, I, H, I, I.

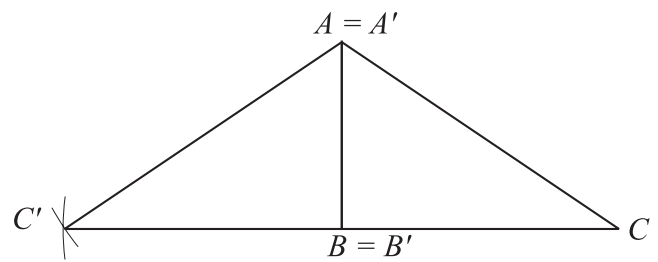
4. a)



A keletkezett síkidom **deltoid**.

Szimmetriatengelye **AC** egyenese.

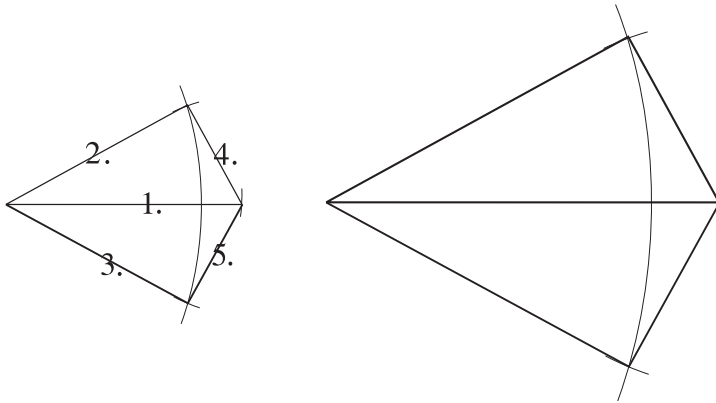
b)



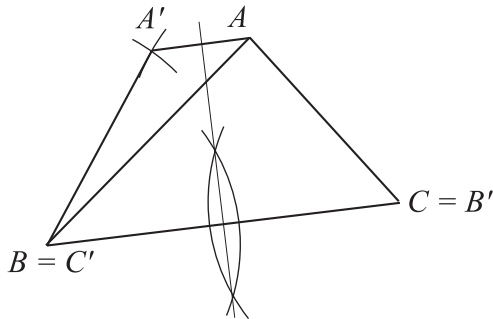
A keletkezett síkidom **egyenlő szárú háromszög**.

Szimmetriatengelye **AB** egyenese.

5. Vázlat:

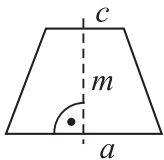


6. a) Ez a négyszög egyenlő szárú trapéz.

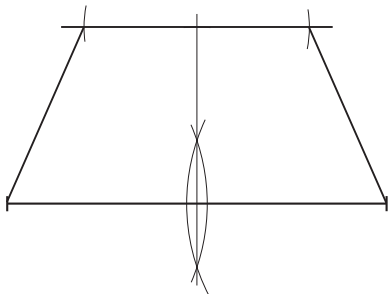


b) I, H, I, H, I, I.

7. Vázlat:



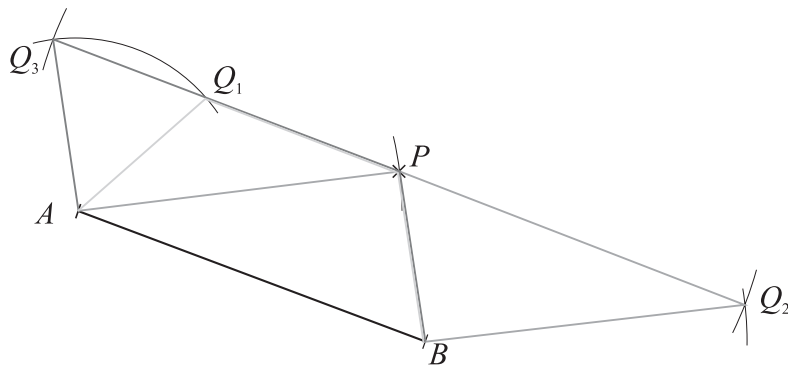
Szerkesztés:



Szerkesztés menete:

1. a alap felvétele.
2. a felezőmerőlegesének megszerkesztése.
3. m rámérése a felezőmerőlegesre.
4. A kapott pontban párhuzamost szerkesztek a -val.
5. A párhuzamos egyenesre rámérem a felezőmerőle-
gestől jobbra és balra a c felét.
6. A kapott pontokat összekötöm a végpontjaival.

8.

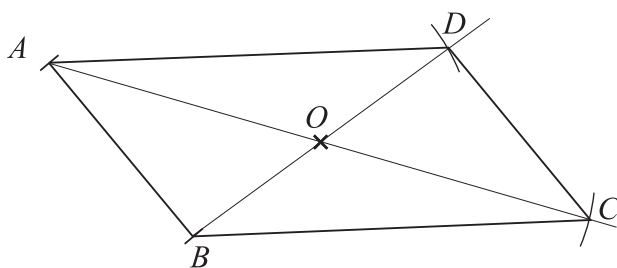


Három megoldás.

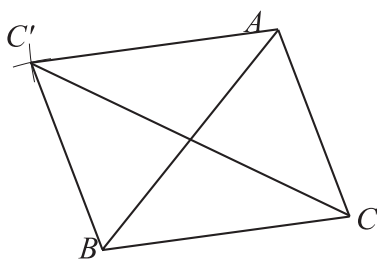
Középpontos tükrözés

9. a) I; b) I; c) H; d) I.

10.



11.



A négyszög **paralelogramma**.

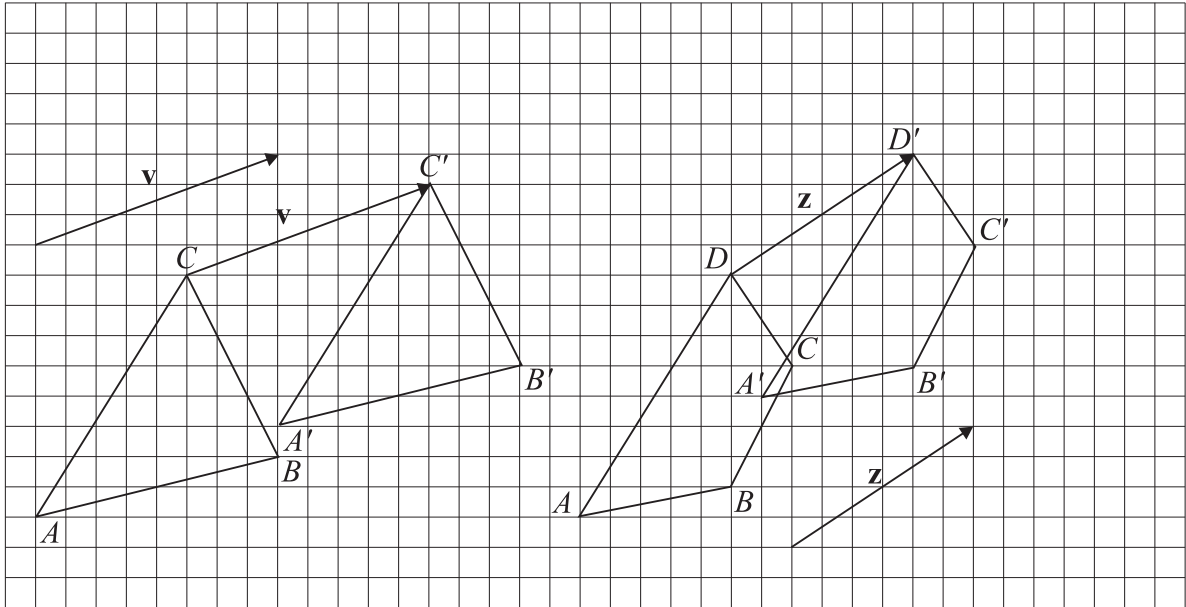
Eltolás

12. Párhuzamosak: **d, e, f**;
Egyenlők: **e**;
a ellentett vektora: **d**.

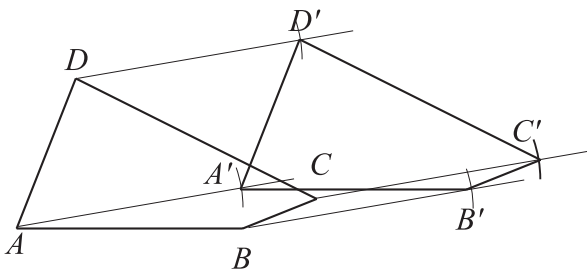
Adott pont eltolása adott vektorral

13. egyenlő, párhuzamos, egyenlő, azonos, egybevágó

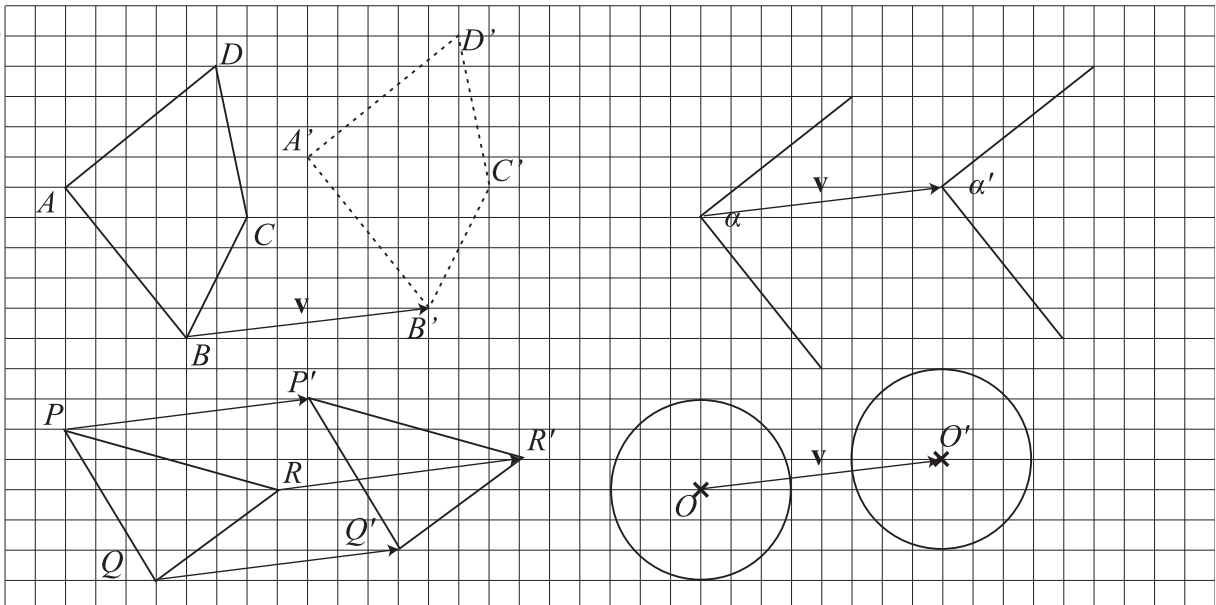
14.



15.

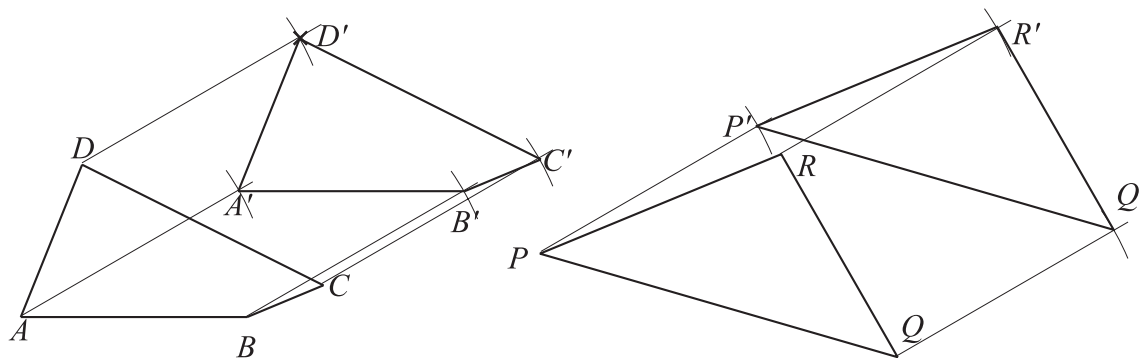


16.

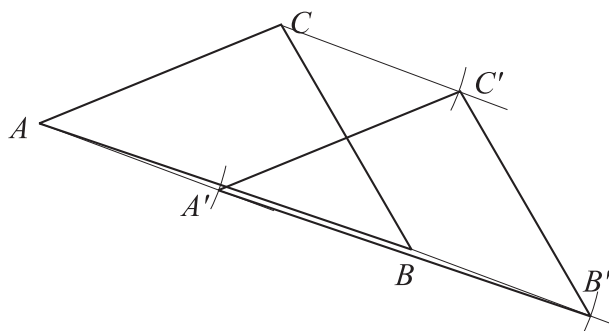


Az eltolás vektora egyenlő az A -ból A' -be mutató irányított szakasszal.

17.



18.



Hasonlósági transzformáció

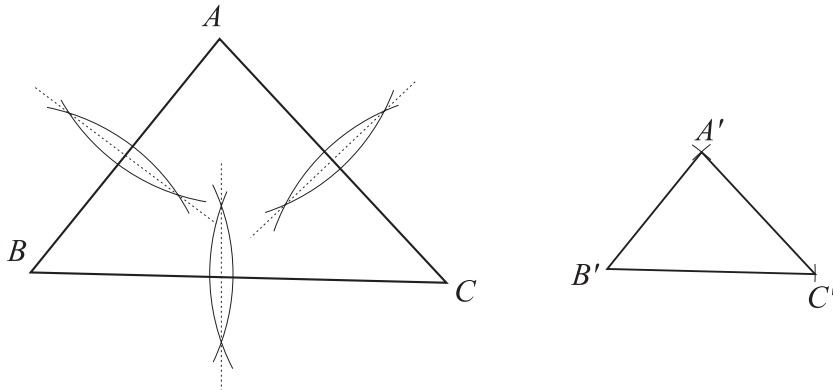
19. a) I; b) H; c) I; d) I.

Háromszögek hasonlósága

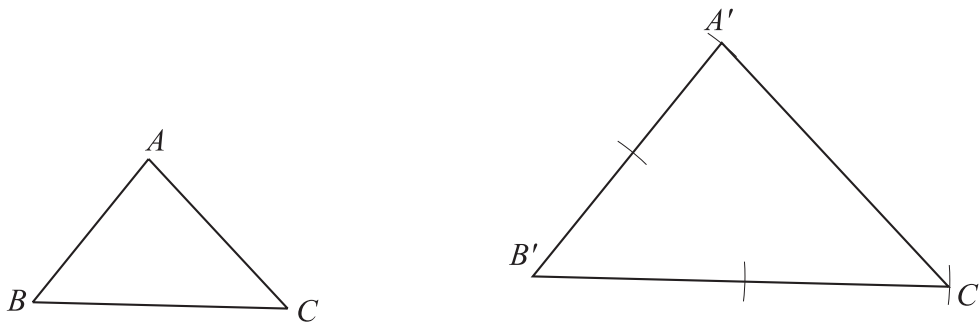
20.

$A'B'C'_{\Delta}$			λ
a'	b'	c'	$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}$
4	4,5	3	$\frac{1}{2}$
14	15,75	10,5	$\frac{7}{4}$
3	4	5	$\frac{1}{2}$
10,5	13,5	10,5	1,5

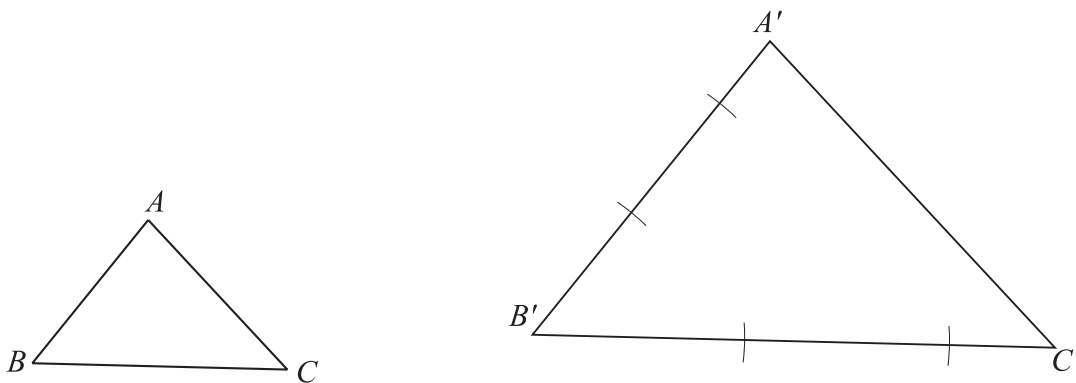
21.



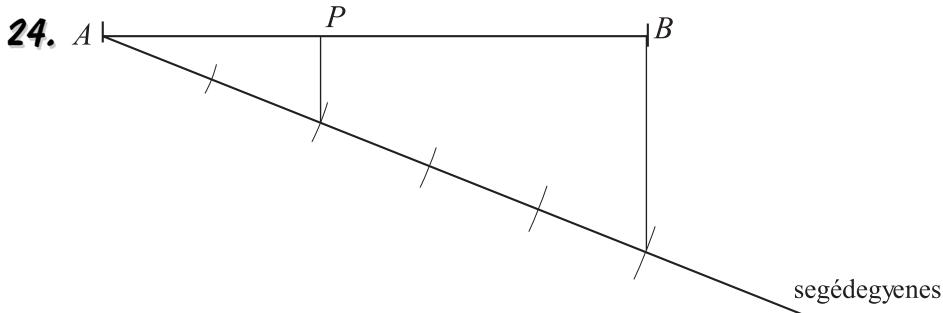
22.



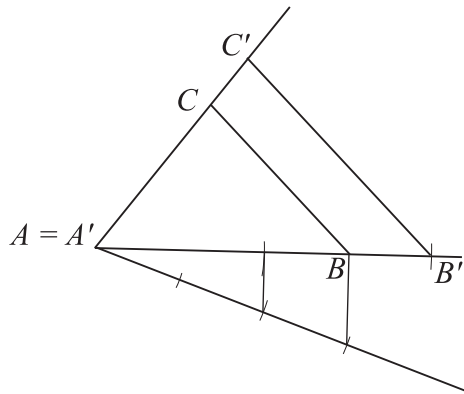
23.



Szakasz adott részekre osztása

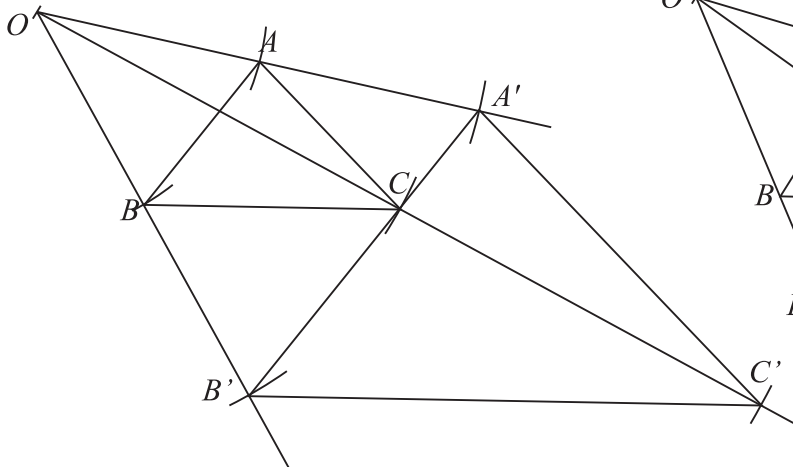


25.

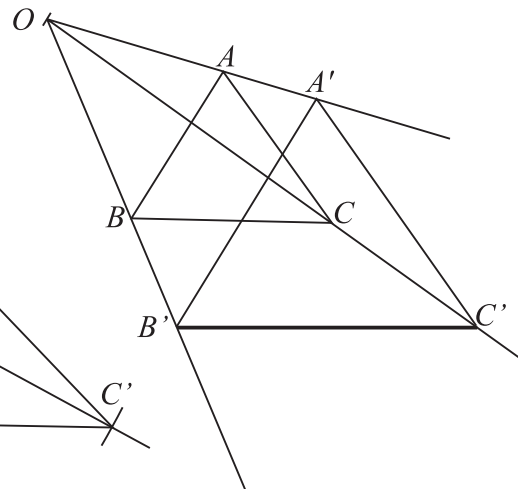


A középpontos hasonlóság transzformációja

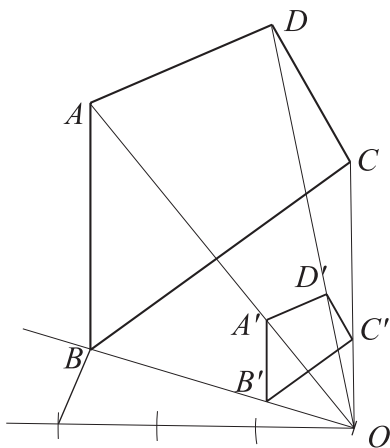
26. a)



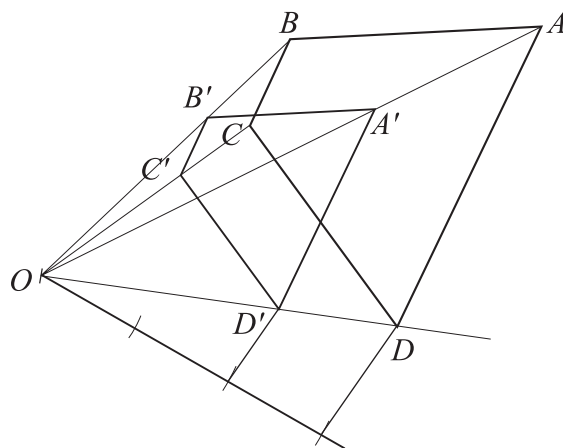
b)



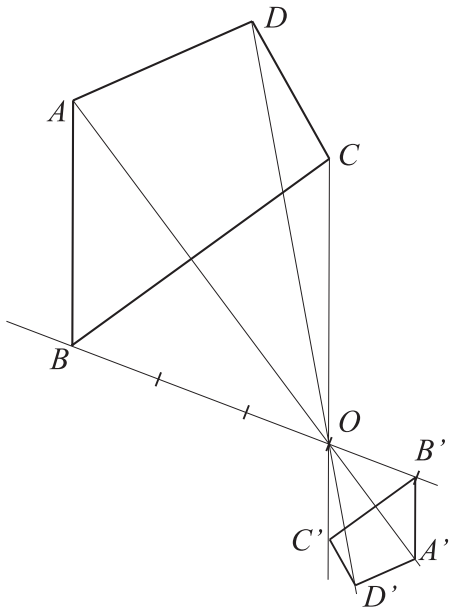
27. a)



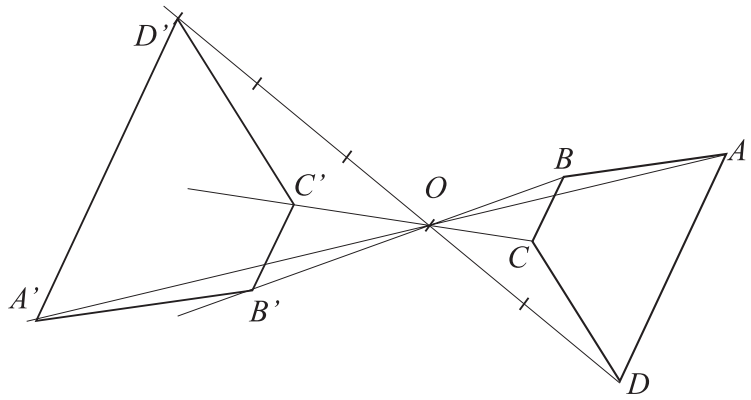
b)



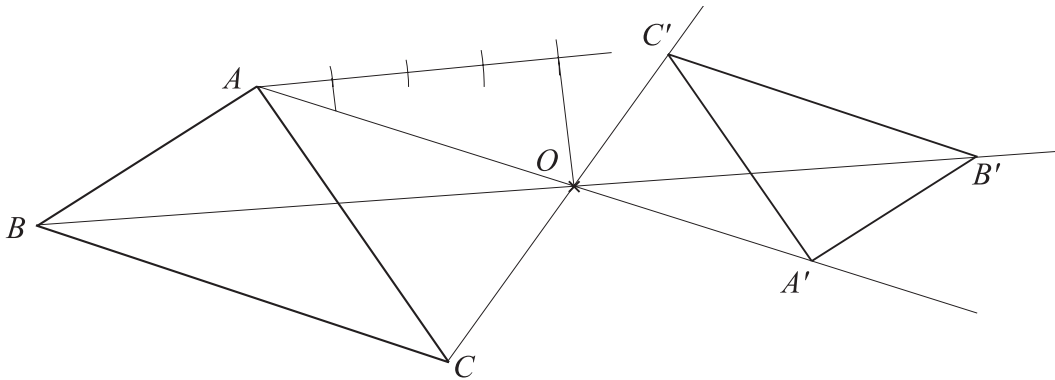
28. a)



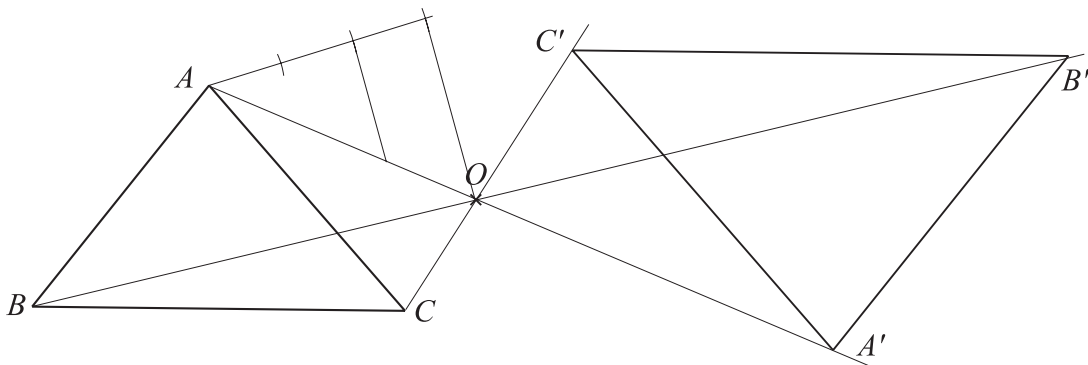
b)



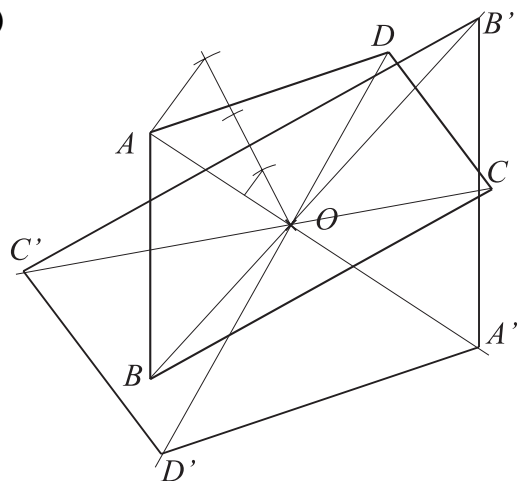
29. a)



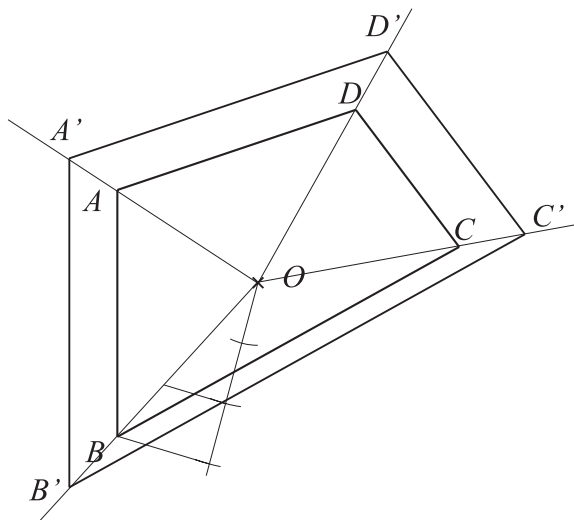
b)



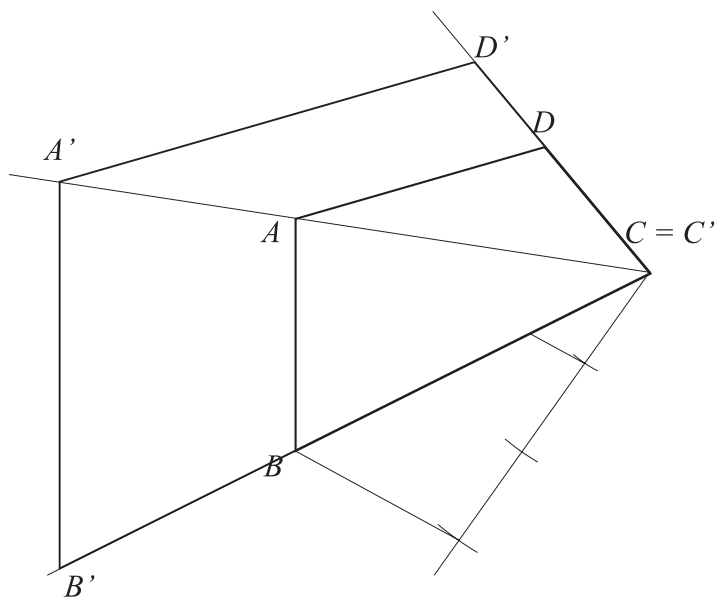
30. a)



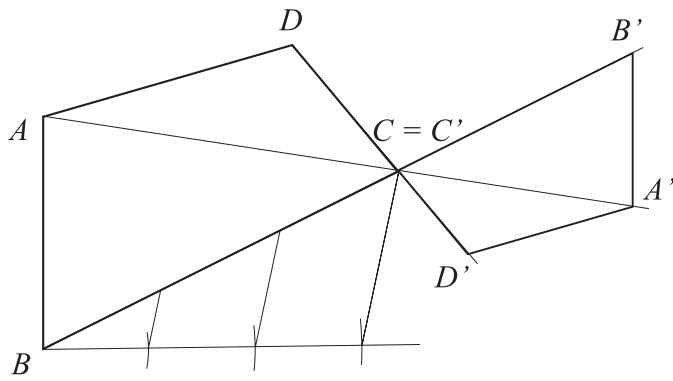
b)



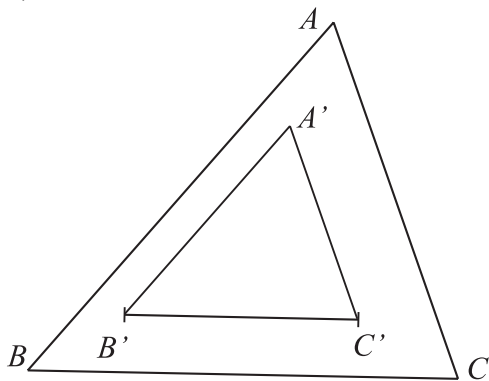
31.



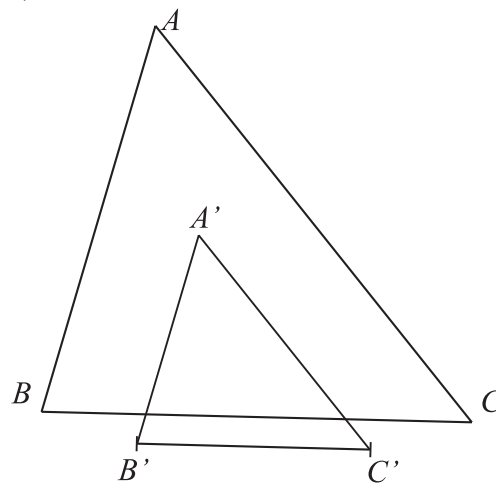
32.



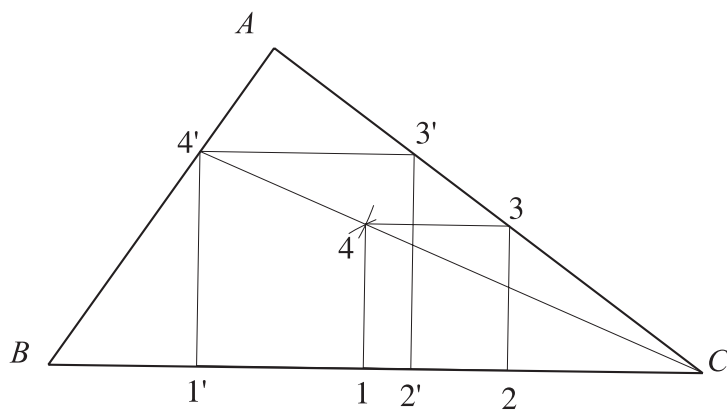
33. a)



b)



34.



Valószínűség

1. a) $\frac{1}{4}$; b) $\frac{1}{2}$.

2. a) $\frac{1}{4}$; b) $\frac{1}{8}$; c) $\frac{1}{32}$.

3. a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{1}{2}$.

4. a) $\frac{1}{6}$; b) $\frac{5}{36}$; c) $\frac{1}{2}$.

5. a) $\frac{11}{12}$; b) $\frac{5}{6}$; c) $\frac{1}{6}$.

6. A kiválasztott három szakaszból $\frac{2}{5}$ valószínűséggel szerkeszthetünk háromszöget.

7. a) $\frac{2}{27}$; b) $\frac{4}{27}$; c) 0; d) $\frac{4}{27}$; e) $\frac{16}{27}$.

8. a) $\frac{2}{27}$; b) $\frac{4}{27}$; c) $\frac{1}{27}$; d) $\frac{4}{27}$; e) $\frac{12}{27}$.

9. a) $\frac{51}{100}$; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{7}{20}$; d) $\frac{2}{5}$; e) $\frac{1}{5}$.

10. a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{17}{30}$.

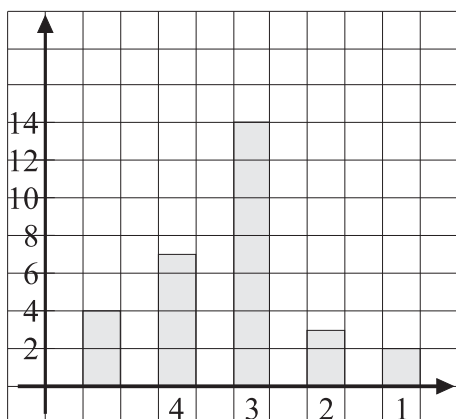
11. a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{5}{12}$; c) $\frac{1}{6}$; d) $\frac{7}{12}$; e) $\frac{1}{3}$; f) $\frac{1}{4}$.

12. Az öt piros golyóhoz **20** fehéret kell tenni, hogy a feltétel teljesüljön.

13. Annak a valószínűsége, hogy a légy a csempe fehér színű részére száll: $\frac{1}{4}$.

Statisztika

14. a)



b) 3,27; c) 3; d) 3.

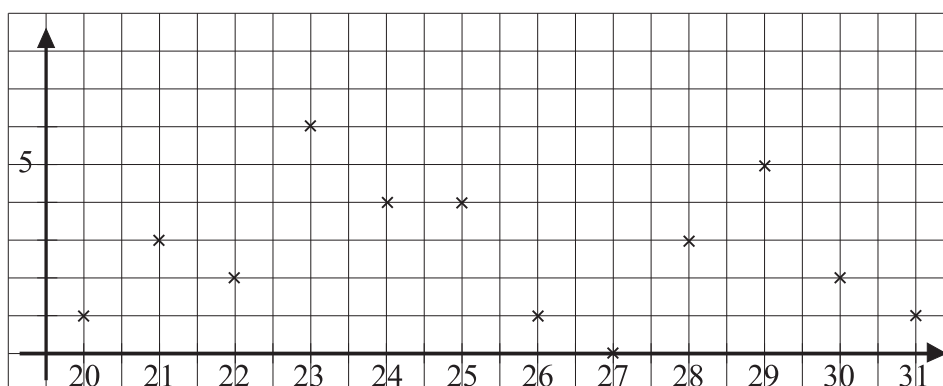
15. a) $x = 8$; b) $x = 3$.

16. a) 1993; b) 1998; c) 126,9; d) 2000 előtt.

17. a) 148,4; b) 157,3; c) 152,85; d) egyenlő; e) 149.

18. a) 17; b) 19,22; c) 17; d) 24; e) igen.

19. a)



b) 25; c) 23; d) 24,5.

20. Ha kezdetben különböző számú kavics van a két kupacban, akkor a kezdő nyer, és a nyerő lépés az, ha a két kupacban lévő kavicsok darabszámát egyenlővé teszi. Ha kezdetben ugyanannyi kavics van a két kupacban, akkor át kell engedni a kezdést. Nyerő stratégia a két kupac egyenlővé tétele.

Év végi tudáspróba

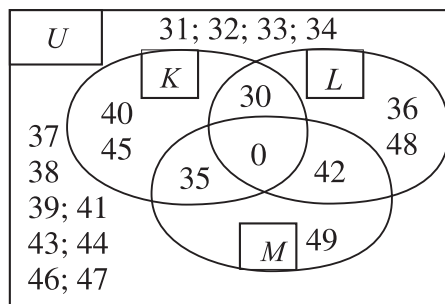
1. feladatsor

1. a) {30; 35; 36; 40; 42; 45; 48};

b) {42};

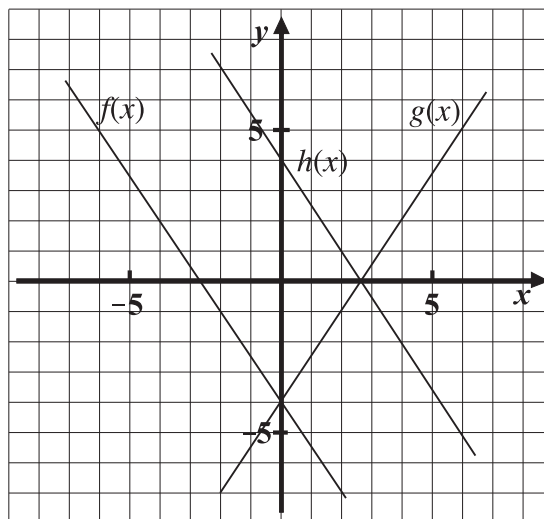
c) {35; 40; 45};

d) {35; 42}.



2. a) $-52,48$; b) $-\frac{1}{2}$.

3. a) $g(x) = \frac{3}{2}x - 4$; b) $h(x) = -\frac{3}{2}x + 4$.



4. $x = -6$.

5. Az alaphoz tartozó magassága **24** cm. A háromszög területe **168** cm².

6. a) 85; b) 52; c) 125.

7. A keverék hőmérséklete **32** °C lesz.
A víz magassága **25** cm.

8. $8\frac{1}{10}$ órakor találkoznak. A motorosnak még **79,2** km-t kell megtenni, hogy Dunaföldvára érjen.

9. Együtt **3,6** óra alatt lesznek kész.

10. a) számtani; b) $a_{26} = 80$; $d = 2$; $n = 269$; c) 30; d) 1430.

2. feladatsor

1.

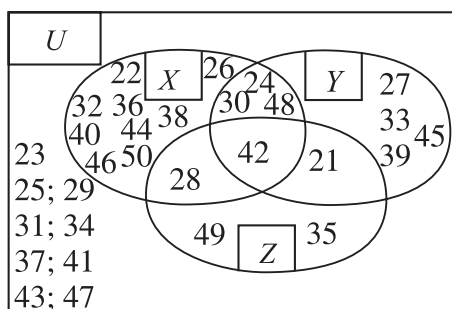
$a - (b - c)$	$a - b + c$	$(a + b) \cdot c$	$\frac{a}{b}$
$3\frac{11}{21}$	$3\frac{11}{21}$	$\frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}$	$\frac{18}{7} = 2\frac{4}{7}$
13,4	13,4	74	3,625
3,9	$\frac{39}{10} = 3,9$	$\frac{13}{9} = 1\frac{4}{9}$	$-\frac{5}{18}$

2. a) $X \cup Y = \{21; 22; 24; 26; 27; 28; 30; 32; 33; 36; 38; 39; 40; 42; 44; 45; 46; 50\};$

b) $Y \setminus Z = \{24; 27; 30; 33; 39; 45; 48\};$

c) $Y \cap X = \{24; 30; 42; 48\};$

d) $(X \cup Y) \setminus Z = \{22; 24; 26; 27; 30; 32; 33; 36; 38; 39; 40; 44; 45; 46; 50\}.$

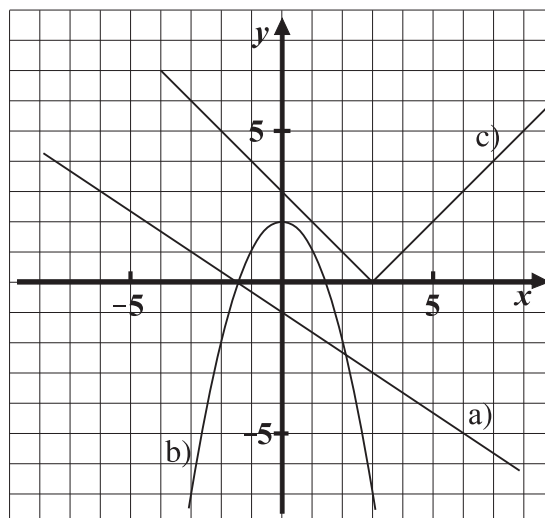


3. $8\frac{7}{8} = x.$

4. a) Menete: csökkenő függvény.
 É. t.: \mathbb{R} . É. k.: \mathbb{R} .

b) Menete: csökkenő $x \in [0; \infty[$;
 növekvő $x \in]-\infty; 0]$.
 É. t.: \mathbb{R} . É. k.: $y \leq 2$.

c) Menete: csökkenő $x \in]-\infty; 3]$;
 növekvő $x \in [3; \infty[$.
 É. t.: \mathbb{R} . É. k.: $y \geq 0$.



5. Az egyenlő szárú háromszög területe **36 cm²**.

6. a) A 10%-os ecetből **4 liter** 2%-os ecet készíthető.

b) A 20%-os ecetből **9 liter** 2%-os ecet készíthető.

A **20%-os** ecet vétele a gazdaságosabb, mert az abból készített 2%-os ecetből 1 liter \approx **21 Ft**-ba kerül.

7. Jenő **9** éves, Benő **33** éves.

8. A két brigád együtt **5** napot dolgozott.

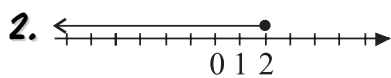
9. Pápától **144,5** km távolságra, \approx 11 óra 40 perckor.

10. a) A szabályos sokszög **14** oldalú.

b) Egy belső szöge \approx **154,3** fokos.

3. feladatsor

1. a) 24 650,2638; b) 34,696.



$2 \geq x.$

3. Nóri most **24** éves.

4. Péter onnan tudta, hogy rossz a végösszeg, hogy a 2545 nem osztható hárommal.

5. Milán a **92**-es számra gondolt.

6. É. t.: \mathbb{R} , É. k.: $y \leq 8$.

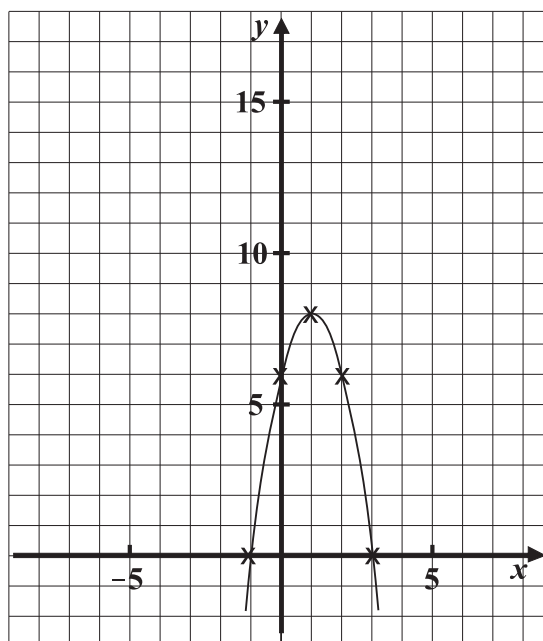
Menete: csökkenő: $x \in [1; \infty[$,

növekvő: $x \in]-\infty; 1]$.

Szélsőérték: maximuma van,

hely: $x = 1$,

érték: $y = 8$.



7. Az számítógép eredeti ára **120 000 Ft**.

8. Az első sorban **28** ülőhely van.
A huszonegyedik sorban **108** ülőhely van.
A nézőtéren **1428** ülőhely van.

9. Még **3** munkást kell beállítani, hogy kész legyenek 10 nap alatt a festéssel.

10. A belső tárolótér **18,432 dm³**. A bevonásra **87,36 dm²** anyag szükséges.