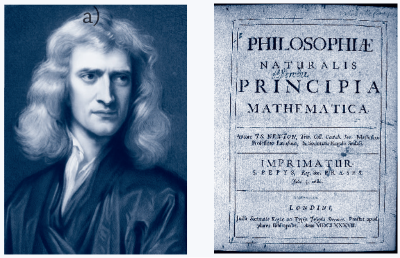
MECHANIKA

NEWTON TÖRVÉNYEI

A dinamika alapjait elődei eredményeire támaszkodva és azokat felhasználva Isaac Newton angol fizikus rakta le. Törvényeit az 1687-ben megjelent *Principia* című művében írta le.



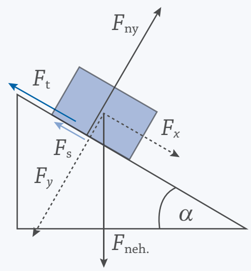
a) Isaac Newton (1643–1727)
b) A Principia címlapja

Newton I. törvénye

Egy test mindaddig nyugalomban van, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végez, míg mozgásállapotát környezete meg nem változtatja. Ez a *tehetetlenség törvénye*.

A fizikai objektumok, testek (tömegpont vagy pontszerű test, merev test, deformálható test stb.) hatnak, hathatnak egymásra, azaz minden hatás **kölcsönhatás**. Ha egy test kapcsolatba lép egy másikkal, ha hat arra, akkor a másik test is visszahat rá. (Mechanikai kölcsönhatások pl.: az ütközések, a gravitáció, a súrlódás, a tapadás, a közegellenállás, a rugalmas kölcsönhatás stb.)

A **lejtőről lecsúszó test** kölcsönhatásban van a gravitációs mezővel és a lejtővel. A gravitációs kölcsönhatásból származó erő a nehézségi erő (F_{neh}); a lejtővel való kölcsönhatásból származó erők a nyomóerő (vagy tartóerő) (F_{ny}) és a tapadási vagy csúszási súrlódási erő (F_t, illetve F_s).



A lejtőn lecsúszó testre ható erők

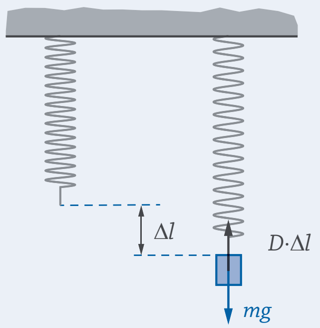
Egy adott vonatkoztatási rendszerben időben vizsgálva egy test helyét megállapítható, hogy a test mozog vagy nyugalomban van. Ha a test helye nem változik, akkor nyugalomban van, ha a helye változik, akkor mozog. Nyugvó és mozgó testekre egyaránt igaz, hogy ha nem hat rájuk a környezetük, akkor nem változik a **mozgásállapot**uk. Egy test **mozgásállapotának megváltozását** mindig a vele kölcsönhatásban levő más **test** vagy **mező** okozza.

Egy test mindaddig nyugalomban van, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végez, amíg egy másik test vagy mező mozgásállapotának megváltoztatására nem kényszeríti. A *kényszerítés* mögött mindig valami *ellenszegülés* áll. Az ellenszegülésben a test tehetetlensége nyilvánul meg. Minél jobban ellenszegül a test a kényszerítésnek, a mozgásállapot megváltozásának, annál nagyobb a test **tehetetlenség**e.

A testek tehetetlenségének mértéke a **tömeg**. A tömeg SI alapmennyiség, jele m, mértékegysége a kilogramm, $[m] = \text{kg}$.

EMELT SZINT

A sztatikai tömegmérést az teszi lehetővé, hogy a Föld ugyanazon a helyén a testre ható nehézségi erő arányos a test m tömegével $\left(F_{\text{neh.}} = mg\right)$. Az ismert D rugóállandójú rugóra akasztott test hatására a rugó Δl-lel megnyúlik. Ezt mérhetjük. Ekkor fennáll, hogy a test tömege: $m = \dfrac{D \cdot \Delta l}{g}$.



A rugó megnyúlása arányos a test tömegével

Egy másik lehetőség: ha két testet állócsigán átvetett fonál egy-egy végére függesztünk, akkor ez a rendszer akkor marad nyugalomban, ha a két test súlya egyenlő:

$$m_1 \cdot g = m_2 \cdot g.$$

Mivel g a két test helyén gyakorlatilag ugyanakkora, így

$$m_1 = m_2.$$

Ha a mérendő tömeg m_1, akkor a nyugalmi (egyensúlyi) helyzet beállításához szükséges m_2 tömeget ismert tömegekből álló sorozatból (súlysorozat) állíthatjuk elő. (Az 1 kg-os tömegetalont a Sèvres-ben őrzött platina-irídium henger testesíti meg.)

Inerciarendszernek nevezzük azt a vonatkoztatási rendszert, amelyben a magára hagyott test nyugalomban van, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végez. Az inerciarendszer legfőbb jellemzője, hogy nem gyorsul. Minden, az inerciarendszerhez képest egyenes vonalú egyenletes mozgást végző vagy álló vonatkoztatási rendszer is inerciarendszer. Ez a **Galilei-féle relativitási elv.**

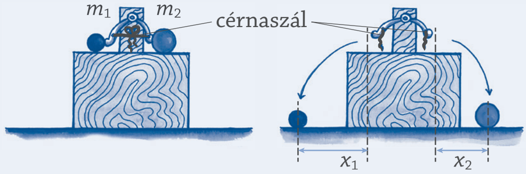
Az olyan (idealizált) testet, amely egyetlen más testtel sincs kölcsönhatásban **magára hagyott test**nek nevezzük. A magára hagyott test nyugalomban van, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végez.

TÖBBLETTARTALOM

Egy test nyugalomban van, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végez mindaddig, amíg egy másik test vagy mező mozgásállapotának megváltoztatására nem kényszeríti. Minél jobban ellenszegül a test a kényszerítésnek, a mozgásállapot megváltozásának, annál nagyobb a test tehetetlensége, annál nagyobb a test **tömege**. Annak a testnek nagyobb a tehetetlensége, így a tömege, melynek nehezebb megváltoztatni a sebességét. A testek tehetetlenségét ezért párkölcsönhatások segítségével is összehasonlíthatjuk. A sebességváltozáson alapuló tömegmérés a **dinamikai tömegmérés**.

Két test kölcsönhatása közben bekövetkező sebességváltozások nagysága fordítottan arányos a testek tömegével:

$$\frac{\Delta v_1}{\Delta v_2} = \frac{m_2}{m_1}.$$



A cérnaszálat elégetve a rugó ellöki a golyókat

Ha a testek nyugalmi helyzetből indultak, akkor fennáll, hogy

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1}.$$

Megszorozva mindkét oldalt az esés idejével (t) a tömegek arányára nézve teljesül, hogy

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{v_1 \cdot t}{v_2 \cdot t} = \frac{x_1}{x_2}.$$

Newton II. törvénye

A mozgásállapot-változást eredményező hatás az **erőhatás.** Az a fizikai mennyiség, amely jellemzi az erőhatás nagyságát és irányát, az **erő**. Az erő vektormennyiség, jele: $\vec{F}$.

Az a pont, ahol az erő a testet éri, a **támadáspont**, az az egyenes, amely átmegy az erő támadáspontján, és irányvektora párhuzamos az erővektorral, a **hatásvonal**.

A test tömegének és a sebességének szorzatával definiált fizikai mennyiség a **lendület,** a test mozgásállapotát dinamikai szempontból jellemző mennyiség. A lendület **vektormennyiség**. A lendületvektor nagysága a tömeg és a sebesség nagyságának a szorzata, iránya pedig a sebességvektor irányával egyezik meg. A lendület (más néven impulzus) jele az I (mely az impulzus szó első betűje).

$$\vec{I} = m \cdot \vec{v}.$$

A lendület SI mértékegysége:

$$[I] = [m] \cdot [v] = \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

Azok az erők, amelyek egy valamilyen szempontból együvé tartozó testek, egy **rendszer** tagjai között lépnek fel a **belső erők**. Azok az erők pedig, amelyek egy rendszer elemei és a rendszer környezete között lépnek fel, a **külső erők**.

Ha a rendszer tagjaira kívülről nem hatnak erők, vagy a külső erők elhanyagolhatók a belső erőkhöz képest, vagy a külső erők eredője nulla, akkor **zárt a mechanikai rendszer.** Zárt rendszer esetén a környezet hatásaitól eltekinthetünk.

A párkölcsönhatásban (vagy több test egymással való kölcsönhatásában) részt vevő testek lendületeinek összege állandó. Ez a **lendületmegmaradás törvénye**. Ekkor a rendszert alkotó összes (tetszőleges n számú) test lendületváltozását figyelembe kell vennünk. Zárt rendszerben a testek lendülete csak úgy változhat meg, hogy az egyes testek lendületváltozásainak összege 0 legyen. A zárt rendszer összlendülete nem változhat meg, a zárt rendszer összlendülete állandó:

$$\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \ldots + \vec{I}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{I}_i = \text{állandó}.$$

A kölcsönhatás előtti lendületek vektori összege megegyezik a kölcsönhatás utáni lendületek vektori összegével:

$$\sum \vec{I}_{\text{előtte}} = \sum \vec{I}_{\text{utána}}.$$

TÖBBLETTARTALOM

A rakéták működése a lendületmegmaradás (és a hatás-ellenhatás) törvényén alapszik. A rakétából nagy sebességgel kiáramló gáz visszahat a rakétára, és gyorsítja azt.

Az ütközések (rugalmatlan és rugalmas ütközés), a szétlökődések (robbanások) leírásakor is a lendületmegmaradás törvényét alkalmazzuk.

Ütközések vizsgálata

A testek ütközése lehet *egyenes* vagy *ferde*. Mivel az ütközések során lényegében csak *belső erők* hatnak, így bármely ütközésre igaz a lendületmegmaradás törvénye. Ha az ütköző testek tömege m_1 és m_2, az ütközés előtti sebességeik v_1, illetve v_2, az ütközés utáni sebességeik pedig u_1, illetve u_2, akkor fennáll, hogy $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2$. (A sebességvektorok nagyságát ezekben az összefüggésekben előjelesen kell értenünk.) **Tökéletesen rugalmatlan (egyenes) ütközésnél** a testek az ütközés után **együtt** haladnak tovább közös u sebességgel, amelyre fennáll, hogy $u = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow u \cdot (m_1 + m_2) = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2$ **Tökéletesen rugalmas (egyenes) ütközésnél** a lendületmegmaradás törvénye mellett még az is igaz, hogy a rendszer **mozgási energiája** ütközés után ugyanakkora, mint ütközés előtt: $\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot u_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot u_2^2$. Ha ismertek a tömegek és az ütközés előtti sebességek, akkor a fentebbi két összefüggésből az ütközés utáni (ismeretlen) sebességek meghatározhatók (akár anélkül is, hogy másodfokú egyenletet kellene megoldanunk). A megoldandó egyenletrendszer:

$$(1)\quad m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2.$$

$$(2)\quad \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot u_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot u_2^2.$$

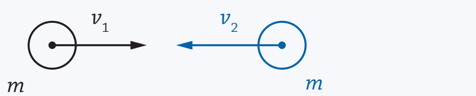
Az egyenletek átrendezéséből: (1) $m_1 \cdot (v_1 - u_1) = m_2 \cdot (u_2 - v_2)$, illetve (2) $m_1 \cdot (v_1 - u_1) \cdot (v_1 + u_1) = m_2 \cdot (u_2 - v_2) \cdot (v_2 + u_2)$.

Behelyettesítést követően: (2) $m_2 \cdot (u_2 - v_2) \cdot (v_1 + u_1) = m_2 \cdot (u_2 - v_2) \cdot (v_2 + u_2)$, ahonnan $v_1 + u_1 = v_2 + u_2$ és $u_2 = v_1 + u_1 - v_2$. Behelyettesítve ezt a kifejezést a lendületmegmaradást kifejező összefüggésbe, adódik, hogy $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot$ $\cdot (v_1 + u_1 - v_2)$. Innen az ütközés utáni egyik sebesség: $u_1 = \dfrac{(m_1 - m_2) \cdot v_1 + 2 \cdot m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$.

Hasonlóan juthatunk az ütközés utáni másik sebességhez:

$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1) \cdot v_2 + 2 \cdot m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2}.$$

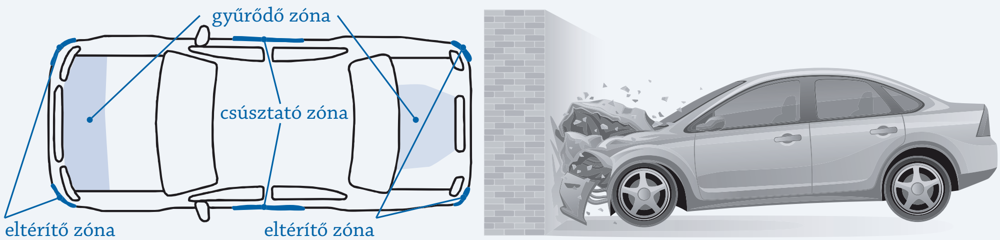
Speciális eset: Haladjon két, megegyező tömegű test $(m_1 = m_2 = m)$ egymással szembe. Az ütközés előtti sebességek: v_1 és $-v_2$. A fentebbi összefüggéseket alkalmazva az ütközés utáni sebességek: $u_1 = -v_2$ és $u_2 = v_1$, azaz a testek sebességet „cserélnek”.



Rugalmas ütközés egyenlő tömegek esetén

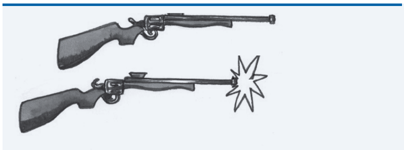
Közlekedésbiztonság

A legtöbb közlekedési baleset ütközések következtében jön létre. Fontos a közlekedés szabályainak (KRESZ) betartása, a defenzív vezetés. Az egyik veszélyforrás a követési távolság be nem tartása, az útviszonyoknak nem megfelelő vezetés. A közlekedők testi épségét óvja a bukósisak, a motorosoknál a megfelelő öltözet is, valamint a biztonsági öv használata. A gépkocsikban az ütközéseknél az utasok sérüléseinek csökkentését, súlyosságának mérséklését biztosítja az automatikusan kinyíló, felfúvódó légzsák, a fejtámla is. Több szerkezeti kialakítás lehetővé teszi, hogy az ütközés pillanatában meglévő mozgási energiákat részben vagy teljes egészében deformációs energiaelnyeléssel emésszék fel. Az autók ilyen energiaelnyelő részei: gyűrődő zóna, eltérítő zóna, csúsztató zóna. Nagyon hasznos lenne, ha az ütközés során a mozgási energiát áttranszformálhatnánk az ütközés utáni fázisban történő energiaátalakításra.



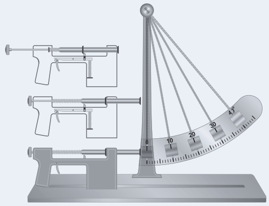
Az autó energiaelnyelő részei

A lőfegyver, benne a golyóval, zárt rendszert képez. Így a lőfegyvert nagy sebességgel elhagyó golyó lendületével ellentétes irányú (és nagyságú) lesz a fegyver lendülete. A fegyver hátrafelé mozdul el, „visszarúg”.


„Visszarúg” a fegyver

KÍSÉRLET

A lendületmegmaradás törvényét egyszerű kísérletekkel igazolhatjuk. Ilyenek például a dinamikai tömegmérésre is alkalmas párkölcsönhatások (szétlökődések, ütközések stb.). A lendületmegmaradás törvényét illusztrálhatjuk az ún. ballisztikus inga segítségével, miközben meghatározhatjuk egy tapadókorongos játékpisztoly-lövedék sebességét is.


Ballisztikus inga

A dinamika egyik legfontosabb törvénye Newton eredeti megfogalmazása szerint: **„A mozgásmennyiség megváltozása arányos a ható erővel, és annak irányába mutat.”** Ez *Newton II. törvénye.*

A lendületváltozás attól is függ, hogy mennyi ideig éri az erőhatás a testet. Minél hosszabb ideig éri ugyanakkora erőhatás a testet, annál jobban megváltozik a lendülete. Egy test lendületváltozása egyenesen arányos az őt érő erőhatás nagyságával:

$$\Delta\vec{I} \sim \vec{F}.$$

Változatlan erőhatás esetén a lendületváltozás arányos a testet érő erőhatás időtartamával:

$$\Delta I \sim \Delta t.$$

Az erő egyenlő az egységnyi idő alatt létrejött lendületváltozással:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{I}}{\Delta t}.$$

Newton eredeti megfogalmazásának második részét ma úgy mondanánk, hogy a lendületváltozás iránya megegyezik az őt létrehozó hatás irányával. Az erő SI-beli mértékegysége:

$$[F] = \frac{\mathrm{kg}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{\mathrm{s}} = \mathrm{kg}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = \mathrm{N}\,(\text{newton}).$$

1 N az az erőhatás, amely 1 kg tömegű testen 1 s alatt $1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ sebességváltozást hoz létre. Ha a test tömege lendületváltozás közben nem változik és m = állandó (a Galilei-féle, vagy a newtoni klasszikus fizikában ezt feltételezzük), akkor

$$\Delta\vec{I} = m\cdot\Delta\vec{v}.$$

Ezt behelyettesítve az erőt kifejező összefüggésbe, azt kapjuk, hogy az erő a test tömegének és gyorsulásának szorzata:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{I}}{\Delta t} = m\cdot\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = m\cdot\vec{a}.$$

Ezt a törvényt úgy is megfogalmazhatjuk, hogy **egy test gyorsulása egyenesen arányos a testre ható erővel,** ahol az arányossági tényező a test tömege. Minél nagyobb egy test tömege, ugyanakkora erő annál kisebb gyorsulást hoz rajta létre. Az erőhatás a test mozgásállapotát változtatja meg. A test gyorsulása egyenesen arányos az erővel. Az erő nagyságát a környezet bizonyos jellemzőivel is kiszámolhatjuk. Azokat az összefüggéseket, melyek irány és nagyság szerint megadják az erőt a környezet és a test jellemzőinek függvényében, **erőtörvények**nek nevezzük.

Ha egy labdát elhajítunk, az **szabad mozgás**t végez, csak **szabaderők** hatnak rá, vagyis mozgásának pályáját nem korlátozzák a kényszererők. Ha ezt a labdát elgurítjuk egy vízszintes asztalon, akkor **kényszermozgás**t végez, mert az asztal lapja vízszintes síkú mozgásra kényszeríti. A **lejtőre helyezett test** mozgása szintén kényszermozgás, mert azt a lejtő által kifejtett **kényszererő** a lejtő síkjával párhuzamos mozgásra kényszeríti. Az asztal által kifejtett **tartóerő** kényszererő, mely akkora, hogy függőleges irányban egyensúlyban tartsa a rá helyezett testet. A kényszererők biztosítják, hogy a testek egy adott pályagörbe mentén mozogjanak, nincs szerepük az adott felületen történő mozgás megváltoztatásában. A kényszererő *merőleges* arra a felületre vagy pályára, amelyen a test a kényszermozgást végzi. A kényszererők nagyságát a szabaderők ismeretében a test mozgására felírt mozgásegyenletek segítségével határozhatjuk meg.

Newton III. törvénye

Két test kölcsönhatásakor mindkét test erővel hat a másikra, ezek az erők egyenlő nagyságúak, közös hatásvonalúak és ellentétes irányúak. Ez a *hatás-ellenhatás (kölcsönhatás) törvénye*.

Az egyik erőhatás jellemzőjét **erő**nek, a másikét **ellenerő**nek nevezzük. Newton III. törvénye értelmében ez a két erő egyenlő nagyságú, közös hatásvonalú, de ellentétes irányú és *két különböző* testre hat. A hatás-ellenhatás törvénye szorosan kapcsolódik a lendületmegmaradás törvényéhez. Tehát:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA},$$

vagyis:

$$\frac{\Delta\vec{I}_A}{\Delta t} = -\frac{\Delta\vec{I}_B}{\Delta t}.$$

Átrendezve:

$$\Delta\vec{I}_A + \Delta\vec{I}_B = 0.$$

Ez pedig a lendületmegmaradás törvénye (párkölcsönhatás esetén).

EMELT SZINT

A rövid ideig ható erőhatást jellemző

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta \vec{v}$$

mennyiség az **erőlökés**, SI mértékegysége:

$$[F \cdot \Delta t] = [F] \cdot [\Delta t] = \mathrm{N} \cdot \mathrm{s} = \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

Ha egy testre egyszerre több erő hat, akkor ezek az erők **egymástól függetlenül** fejtik ki hatásukat, együttes hatásuk az egyes erők vektori összegzésével kapható meg. Ez **Newton IV. törvénye (axiómája)** (*erőhatások függetlenségének elve,* vagy más néven a *zavartalan szuperpozíció elve*). A felismerést Simon Stevin (1548 – 1620), flamand származású mérnök és matematikus fogalmazta meg.

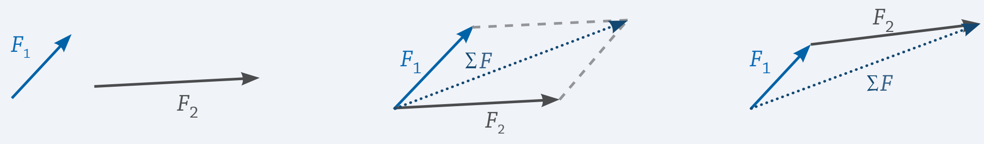
Simon Stevin (1548–1620)

Ha egy testet egyszerre több erőhatás ér, akkor ezeket az erőhatásokat helyettesíthetjük egyetlen olyan erőhatással, melynek ugyanaz a következménye. A helyettesítő erőhatást jellemző erőt **eredő erő**nek nevezzük, és a ható erőkből vektori összegzéssel kapjuk. A test gyorsulását ez az erő határozza meg. Newton II. törvénye szerint a testet érő erőhatás egyenlő a test tömegének és gyorsulásának szorzatával. Így egy testre ható erők eredője egyenlő a test tömegének és gyorsulásának szorzatával.

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}.$$

Ez a dinamika alapegyenlete. (Ha a testre n számú erő hat, az erőket az elsőtől az n-edikig kell összegeznünk. Ezt mutatja a jelölésünk.) Az erő vektorát nyíllal **ábrázoljuk.**

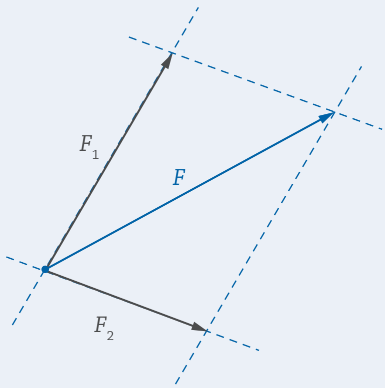
Egymással párhuzamos erővektorok eredőjét algebrai úton határozhatjuk meg. Az egyirányú (megegyező értelmű) erők eredője az összetevők összege, az ellentétes irányú (ellentétes értelmű) erők eredője az összetevők különbsége. Két, egymással szöget bezáró erő eredőjének meghatározása, azaz az **erők összegzése** paralelogramma- vagy háromszögmódszerrel történhet. Kettőnél több erő eredőjét visszavezethetjük két erő eredőjének meghatározására.



Szöget bezáró erők összegzése paralelogramma- és háromszögmódszerrel

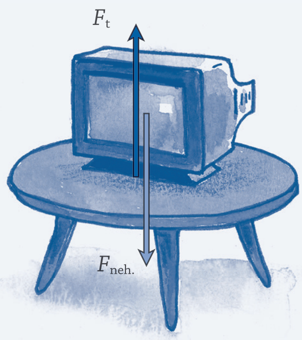
EMELT SZINT

Egy testre ható ismert nagyságú, hatásvonalú és irányú F erő egyértelműen felbontható két, F_1 és F_2 erőre, ha megadjuk ezen erők hatásvonalait. A szerkesztés menete: Az F erő támadáspontján keresztül húzzunk 1-1 egyenest a megadott egyik, majd a megadott másik hatásvonallal. Az első hatásvonalat toljuk el önmagával párhuzamosan addig, hogy ez a hatásvonal átmenjen az F erő végpontján. Ekkor a második hatásvonal és az eltolt hatásvonal metszéspontja megadja az F_2 erőt. Ugyanígy járunk el az F_1 erő megszerkesztése során is.



Az erő komponensekre bontása

Ha a testet érő **erők kiegyenlítik egymást,** akkor a test **mozgásállapota nem változik.** Az asztalon nyugvó testre két erő hat: a nehézségi erő és az asztal által kifejtett tartóerő. Ez a két erő egyenlő nagyságú, ellentétes irányú, ezért kiegyenlítik egymást.



Az asztalon levő testre ható erők

Ha egy testre ható **erőhatások nem egyenlítik ki egymást,** akkor a test **mozgásállapota megváltozik.** A test gyorsulását az eredő erő segítségével határozhatjuk meg: $\vec{F}_{eredő} = m \cdot \vec{a}$.

A mozgások a mozgás pályája és az időbeli lefolyás alapján különbözőek lehetnek. **A legalapvetőbb mozgásfajták:** egyenes vonalú egyenletes mozgás, egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás, egyenes vonalú változó mozgás, egyenletes körmozgás, harmonikus rezgőmozgás, görbe vonalú egyenletesen változó mozgás.

A legalapvetőbb mozgásfajták létrejöttének **dinamikai feltételeit** az alábbi táblázatban tüntettük fel.

A mozgás fajtája	Dinamikai feltétel
egyenes vonalú egyenletes mozgás	A testre ható erők eredője (a gyorsulás is) 0.
egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás	A testre ható erők eredője (és a gyorsulás) irány és nagyság szerint is állandó, **és** vagy nincs $\vec{v}_0$ kezdősebesség, vagy a $\vec{v}_0$ kezdősebesség és az állandó irányú gyorsulás párhuzamosak egymással.
egyenes vonalú változó mozgás	Az eredő erő (és a gyorsulás) nagysága változik, de iránya nem, **és** vagy nincs $\vec{v}_0$ kezdősebesség, vagy a $\vec{v}_0$ kezdősebesség és az állandó irányú gyorsulás párhuzamosak egymással.
egyenletes körmozgás	A testre ható erők eredője (és a gyorsulás) nagysága állandó (iránya változik, de mindig a kör középpontja felé mutat), **és** a pillanatnyi sebesség iránya minden pillanatban merőleges a gyorsulás irányára.
harmonikus rezgőmozgás	A testre ható erők eredőjének nagysága a pillanatnyi kitéréssel egyenesen arányos, iránya a kitérés irányával ellentétes.
görbe vonalú egyenletesen változó mozgás	A testre ható erők eredőjének (a gyorsulásnak) az iránya és nagysága is állandó, **és** a $\vec{v}_0$ kezdősebesség iránya nem párhuzamos a gyorsulással.

PONTSZERŰ ÉS MEREV TEST EGYENSÚLYA

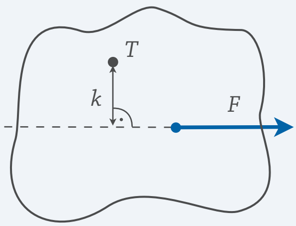
Az olyan (idealizált) test, amelynek méretei elhanyagolhatóak a mozgás, a kölcsönhatás vizsgálata során, amelynek nincs kiterjedése, de tömeggel rendelkezik, a **pontszerű test (anyagi pont, tömegpont)**.

Az olyan (idealizált) test, amelynek kiterjedése is van, de a test alakja a kölcsönhatásokban változatlan marad, azaz viszonylag nagyobb erő sem változtatja meg a test alakját, a **merev test**.

A pontszerű test (anyagi pont, tömegpont) **egyensúly**ban van, ha nem gyorsul (nyugalomban van vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végez), azaz ha a rá ható erők eredője 0 $\left(\sum \vec{F} = 0\right)$.

Az erő forgató hatását jellemző fizikai mennyiség a **forgatónyomaték**, jele M. Ha a merev test egy rögzített forgástengely körül elfordul, akkor a forgást létrehozó $\vec{F}$ erő forgatónyomatékát az **erő nagysága** és az **erőkar előjeles szorzata** adja:

$$M = \pm\left|\vec{F}\right| \cdot k.$$



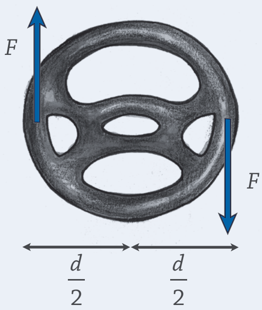
Az erő és az erőkar

Az erőkar a forgástengely és az erő hatásvonalának távolsága. Az óramutató járásával ellentétes forgást eredményező forgatónyomatékot (megállapodás alapján) pozitív előjellel látjuk el. A forgatónyomaték skaláris fizikai mennyiség, SI mértékegysége:

$$[M] = [F] \cdot [k] = \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}.$$

TÖBBLETTARTALOM

Ha a merev testre két olyan erő hat, amelyek egyenlő nagyságúak, párhuzamos hatásvonalúak, de ellentétes irányúak (értelműek), akkor az ilyen erőrendszert **erőpár**nak nevezzük. Az **erőpár forgatónyomatéka nem függ** a forgástengely helyétől. Az erőpár forgatónyomatéka az $M = F \cdot d$ összefüggéssel adható meg, ahol d az erőpárt alkotó erők hatásvonalainak távolsága. Természetesen az erőpárnak nincs gyorsító hatása, ezért nem helyettesíthető egyetlen erővel.



Erőpár

A **merev test egyensúlyá**nak *két* feltétele van: a merev test ne gyorsuljon, **és** ne végezzen gyorsuló forgómozgást (nyugalomban van vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végez **és/vagy** egyenletesen forog). Dinamikailag ez azt jelenti, hogy a testre ható erők eredője és az erők forgatónyomatékának (előjeles) összege 0:

$$\sum \vec{F} = 0 \;\; \textbf{és} \;\; \sum M = 0.$$

Egyszerű gépek

A hétköznapi élet sok-sok területén alkalmazunk olyan eszközöket, melyek segítségével egy adott munkát (pl. teher emelését) kisebb vagy kedvezőbb irányú erőkifejtéssel el tudunk végezni. Ezeket a gépeket **egyszerű gépek**nek nevezzük. Az egyszerű gépek fajtái: emelő típusú egyszerű gépek és a lejtő típusú egyszerű gépek.

<table>
<tr><th colspan="7">Egyszerű gépek</th></tr>
<tr><td colspan="6">Emelő típusú egyszerű gépek</td><td>Lejtő típusú egyszerű gépek</td></tr>
<tr><td colspan="6">Emelő</td><td rowspan="2">lejtő</td></tr>
<tr><td colspan="3">egykarú</td><td colspan="3">kétkarú</td></tr>
<tr><td colspan="6">Csiga</td><td rowspan="2">csavar</td></tr>
<tr><td colspan="2">álló</td><td colspan="2">mozgó</td><td colspan="2">csigasor</td></tr>
<tr><td colspan="6">Hengerkerék</td><td>ék</td></tr>
</table>

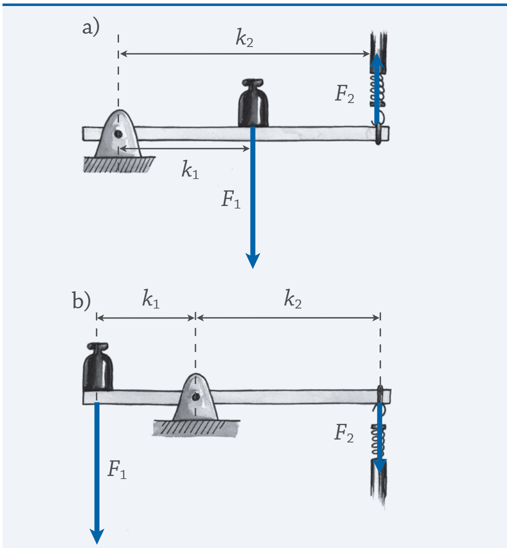
Az a tengely körül elforgatható merev rúd, amelynél a teher és az emelő erő támadáspontja az emelő forgástengelyének *ugyanazon* oldalán van, az **egykarú emelő**. Az egykarú emelő egyensúlyának feltétele az, hogy a teher és az erő forgatónyomatékának abszolút értéke egyenlő legyen:

$$|F_1 \cdot k_1| = |F_2 \cdot k_2|$$

(k_1 az ún. teherkar, k_2 az ún. erőkar).

Az olyan tengely körül elforgatható merev rudat, amelynél a teher és az erő támadáspontja az emelő forgástengelyének *különböző* oldalán van, **kétkarú emelő**nek nevezzük. A kétkarú emelő egyensúlyának feltétele is az, hogy a teher és az erő forgatónyomatéka egyenlő legyen:

$$F_1 \cdot k_1 = F_2 \cdot k_2.$$



a) Egykarú emelő b) Kétkarú emelő

Az olyan tengely körül forgatható kereket, amelyet egy, a peremén körbefutó kötél segítségével forgatunk, **csigá**nak nevezzük. Az **állócsiga** tengelye rögzített, csak forgómozgást végezhet. Az (elhanyagolható tömegű, könnyen forgó, vagyis ideális) állócsiga az erő nagyságát nem, csak az erő irányát változtatja meg:

$$F = G_{\text{teher}}.$$

A mozgócsiga tengelye nem rögzített, így forgómozgás mellett haladó mozgást is végezhet. Ideális mozgócsiga esetén a teher egyensúlyban tartásához a teher súlyának fele nagyságú erőre van szükség:

$$F = \frac{G_{\text{teher}}}{2}.$$

Csigasor álló- és mozgócsigák összekapcsolásával állítható elő. Ha a csigasor egy állócsiga mellett n darab mozgócsigából épül fel, akkor a G teher egyensúlyban tartásához szükséges erő:

$$F = \frac{G_{\text{teher}}}{2^n}.$$

Egy ismert anekdota szerint Arkhimédész ilyen csigasorokat alkalmazott a II. pun háború során. Ezért az ilyen csigasort hatvány- vagy arkhimédészi csigasornak is nevezzük. A közönséges csigasor n darab álló- és n darab mozgócsigából áll. A teher egyensúlyban tartásához:

$$F = \frac{G_{\text{teher}}}{2n}$$

erő szükséges.

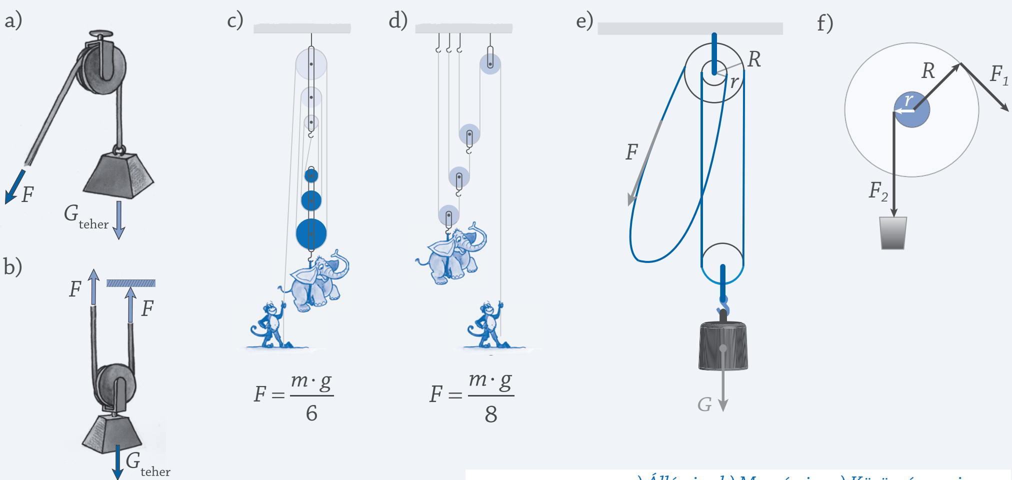
TÖBBLETTARTALOM

A csigasor egy másik, speciális fajtája a differenciális csigasor, amely egy hengerkerékből és egy mozgócsigából áll. A teher egyensúlyban tartásához szükséges erő nagysága:

$$F = \frac{G}{2} \cdot \frac{R - r}{R}.$$

Két, közös forgástengelyű kerék (kerék, illetve henger) **hengerkereket** alkot. Ahányszor nagyobb a kerék R sugara a henger r sugaránál, annyiszor kisebb F erő szükséges a G súlyú teher (egyenletes) felhúzásához:

$$F = G_{\text{teher}} \cdot \frac{r}{R}.$$



a) Állócsiga b) Mozgócsiga c) Közönséges csigasor d) Arkhimédészi csigasor e) Differenciális csigasor f) Hengerkerék

EMELT SZINT

Egy test felhúzása során alkalmazhatunk a vízszintessel (hegyes)szöget bezáró sík felületet, vagy más néven **lejtő**t. A lejtőn egy testet adott magasságra kisebb erővel, de hosszabb úton tudunk felhúzni. Ha az α hajlásszögű lejtő és a test között nincs súrlódás, akkor a lejtőn lévő testre két erő: a nehézségi erő $(m \cdot g)$ és a lejtő (síkja) által a lejtő síkjára merőleges tartóerő $(F_{\text{tartó}})$ hat. Ennek a két erőnek az eredője a lejtő síkjával párhuzamos, nagysága:

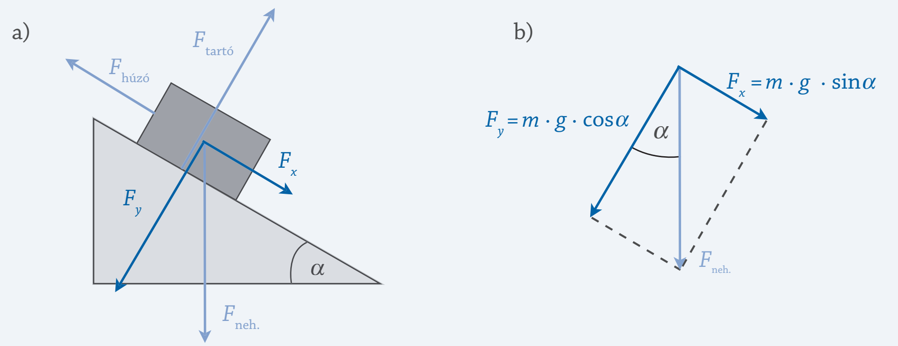
$$F = m \cdot g \cdot \sin\alpha .$$

A tartóerő egyensúlyt tart a testre ható nehézségi erő lejtőre merőleges komponensével

$$(F_{\text{tartó}} = m \cdot g \cdot \cos\alpha).$$

Így a lejtőn lévő m tömegű test (egyenletes) felhúzásához szükséges erő:

$$F_{\text{húzó}} = F = m \cdot g \cdot \sin\alpha .$$



a) A dobozra három erő hat b) Bontsuk fel a nehézségi erőt!

A műszaki és a mindennapi életben is nagyon sokszor használjuk a **csavar**t. A csavar lényegében egy hengerre felcsavart lejtő, amely a hengerkerék működési elvét is kihasználja. A csavar a hengerkerék henger része, míg a csavarkulcs, amellyel a csavart meg tudjuk szorítani, a hengerkerék kereke.

A lejtő mozgatható változata az **ék**. Egyik fajtája a szimmetrikus kettős ék. Az ékeket a testek darabolásához, szétfeszítéséhez használják. Ék például a kés vagy a fejsze is.

A tömegközéppont

Az a pont, amely körül szabad mozgása közben a (merev) test forog, a **tömegközéppont**. Ha a testet tömegközéppontjában alátámasztjuk vagy felfüggesztjük, akkor a test egyensúlyban van (ha rá a tartóerőn kívül csak a gravitációs erő hat). A gravitációs erő a test minden (tömeg)pontjára hat, ha egyetlen erőként akarjuk figyelembe venni, akkor a támadáspontját a tömegközéppontban vesszük fel.

Két (m_1 és m_2) tömegpontból és egy súlytalan, merev rúdból álló rendszer (súlyzó) tömegközéppontja rajta van a két tömegpontot összekötő egyenesen, és a tömegpontok közötti távolságot a tömegek reciprokának arányában osztja: $\frac{k_1}{k_2} = \frac{m_2}{m_1}$.

n darab tömegpontból álló rendszer tömegközéppontjának meghatározását két-két tömegpont tömegközéppontjának meghatározására vezethetjük vissza.

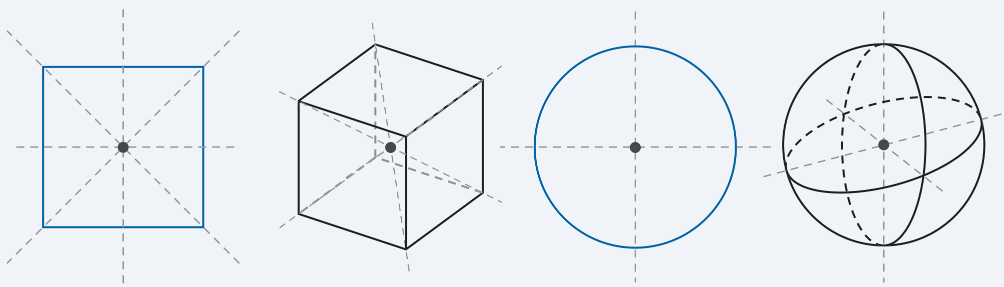
EMELT SZINT

Ha a merev test n számú, diszkrét anyagi pontból áll (pontrendszer, az anyagi pontok tömege: $m_1, m_2, \ldots, m_n$), akkor egy választott koordináta-rendszerben a tömegközéppont $\vec{r}_{\text{TKP}}$ helyvektorát az egyes anyagi pontok helyvektoraiból képzett:

$$\vec{r}_{\text{TKP}} = \frac{m_1 \cdot \vec{r}_1 + m_2 \cdot \vec{r}_2 + \ldots + m_n \cdot \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}$$

összefüggéssel adhatjuk meg.

Homogén, középpontosan szimmetrikus test tömegközéppontja a szimmetria-középpontban található. Homogén, tengelyesen szimmetrikus testek tömegközéppontja rajta van a szimmetriatengelyen. Homogén testek tömegközéppontja középpontosan szimmetrikus testekre történő felbontással határozható meg. Például vékony, homogén, négyzet alakú test (lemezidom) tömegközéppontja az átlók metszéspontjában van. Homogén kocka tömegközéppontja a kocka testátlóinak metszéspontjában található. Vékony, homogén, kör alakú lemezidom tömegközéppontja a kör középpontjában, míg a homogén gömb tömegközéppontja a gömb (geometriai) középpontjában található. A gömb szimmetriatengelyei a gömb átmérői. Ezek metszéspontja a tömegközéppont.



Tömegközéppont szabályos homogén testek esetén